



**INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO
CEARÁ IFCE – CAMPUS FORTALEZA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS
E MATEMÁTICA
MESTRADO ACADÊMICO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA**

SAMARA SALES FRAZÃO

**ESTRUTURAS ADITIVAS E OBJETOS MANIPULÁVEIS: UMA
PROPOSTA METODOLÓGICA PARA O ENSINO DA MATEMÁTICA NOS
ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL**

Fortaleza / Ceará

2021

SAMARA SALES FRAZÃO

ESTRUTURAS ADITIVAS E OBJETOS MANIPULÁVEIS: UMA PROPOSTA
METODOLÓGICA PARA O ENSINO DA MATEMÁTICA NOS ANOS
INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática. Área de concentração: Ensino de Matemática.

Orientadora: Profa. Dra. Maria Cleide da Silva Barroso.

Coorientadora: Profa. Dra. Francisca Helena de Oliveira Holanda.

Fortaleza / Ceará

2021

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação

Instituto Federal do Ceará - IFCE

Sistema de Bibliotecas - SIBI

Ficha catalográfica elaborada pelo SIBI/IFCE, com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

F848e Frazão, Samara Sales.

Estruturas aditivas e objetos manipuláveis : uma proposta metodológica para o ensino da matemática nos anos iniciais do ensino fundamental / Samara Sales Frazão. - 2021.
202 f. : il. color.

Dissertação (Mestrado) - Instituto Federal do Ceará, Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática, Campus Fortaleza, 2021.

Orientação: Profa. Dra. Maria Cleide da Silva Barroso.

Coorientação: Profa. Dra. Francisca Helena de Oliveira Holanda.

1. Teoria dos Campos Conceituais. 2. Engenharia Didática. 3. Teoria das Situações Didáticas. 4. Formação docente. I. Título.

CDD 510.07

ESTRUTURAS ADITIVAS E OBJETOS MANIPULÁVEIS: UMA
PROPOSTA METODOLÓGICA PARA O ENSINO DA MATEMÁTICA
NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática. Área de concentração: Ensino de Matemática.

Aprovada em: ____/____/____

BANCA EXAMINADORA

Profa. Dra. Maria Cleide da Silva Barroso (Orientadora)
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará (IFCE)

Profa. Dra. Francisca Helena de Oliveira Holanda
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará (IFCE)

Profa. Dra. Iziane Silvestre Nobre
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará (IFCE)

Prof. Dr. Daniel Brandão Menezes
Universidade Estadual Vale do Acaraú – (UVA)

Ao meu pai, Edmílto, e em especial à
minha mãe, Expedita, por todo incentivo e
apoio incondicional para a realização
deste sonho.

AGRADECIMENTOS

A Deus, por toda a conjuntura de situações que me possibilitaram concluir este percurso. Agradeço pela minha vida, pela minha saúde. Agradeço por toda força e determinação a mim concedidas, pois os dois anos de pandemia impuseram agruras, medos, incertezas, insegurança... mas a fé em dias melhores moveu-me para a realização do meu sonho.

À minha família: meus pais, Edmílto e Expedita, pelo incentivo aos estudos durante toda a minha vida, e meus irmãos, Rommel e Minéia, por cada palavra de otimismo e encorajamento.

Ao meu amor, Marcelo, por toda paciência e compreensão aos tantos momentos de ausência.

À minha prima amada, Letícia, pela parceria, em especial com o inglês.

Às minhas amigas do coração, em especial Karina, Valeska, Roseane e Waleska, que não desistiram de mim, mesmo tendo ouvido tantos não.

Aos meus colegas e parceiros do trabalho, Helena, Sara e Valmilson, por toda compreensão e generosidade.

À minha querida Dina Séfora, pelo incentivo à inscrição para o início deste sonho.

Às professoras participantes desta pesquisa, pela colaboração e confiança.

Aos meus colegas da turma, Cyndi, Elizete, Ellivelton, Greyciane, Jaírla, Joel, Marcelo, Juliano, Valdiana, Caio, Andressa, Nágila, Nassara, Milena, Haiani e Vicente, por todas as vezes que nos demos as mãos. Em especial: à Aline, que tanto me ajudou para melhor compreender a Engenharia Didática, e à Cristiana pela parceria em todas as horas.

Aos queridos professores e queridas professoras que fazem parte do Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PGECM), por terem-me proporcionado tantos aprendizados.

À minha querida e guerreira orientadora, profa. Dra. Maria Cleide da Silva Barroso, por toda a confiança em mim depositada.

Por fim, mas com a mesma relevância, ao PGECM por possibilitar aos pedagogos adentrarem neste universo tão rico de aprendizagens que é o mestrado acadêmico.

“É preciso uma organização do ensino, das situações e conceitos matemáticos que há longo prazo faça com que as crianças aprendam, e há técnicas para tudo isso.”

(Gérard Vergnaud, *in memoriam*)

RESUMO

Este trabalho destaca a relevância da formação do pedagogo no tocante aos conhecimentos teórico-metodológicos acerca dos problemas de adição e subtração e dos materiais manipuláveis. Objetiva investigar, à luz da Engenharia Didática de 2ª geração, de que maneira o conhecimento acerca dos problemas pertencentes ao campo conceitual das estruturas aditivas pode repercutir positivamente na formação de professores que ensinam matemática nos anos iniciais do ensino fundamental, tendo como suporte didático materiais manipuláveis. Neste sentido, foi desenvolvida uma formação cuja temática abordada foi a Teoria dos Campos Conceituais (TCC) no tocante aos problemas matemáticos do campo aditivo. Metodologicamente, a pesquisa está organizada nos princípios da Engenharia Didática, complementada pela Engenharia Didática de Formação e pela Teoria das Situações Didáticas. Os sujeitos selecionados foram quatro pedagogas que ensinam matemática nos anos iniciais em uma escola pública no município de Maracanaú. A fase de Experimentação, em virtude da pandemia do novo coronavírus, foi desenvolvida de maneira remota. Os encontros foram realizados através da plataforma *Google Meet* e do aplicativo de mensagens instantâneas *WhatsApp*. Foram aplicadas quatro situações didáticas contemplando os problemas de composição, transformação e comparação. A coleta de dados aconteceu através de fotografias, gravação dos encontros e *print screen* da tela do aplicativo de mensagem, além de questionário e instrumental avaliativo. Na análise *a posteriori*, foi possível constatar pouco, ou nenhum, conhecimento teórico que fundamenta o ensino dos problemas matemáticos. Ademais, a partir dos obstáculos cognitivos vivenciados, os sujeitos da pesquisa sinalizaram a importância de uma teoria que dê sustentação à sua prática docente. As situações didáticas possibilitaram perceber avanços no repertório de conhecimentos teóricos indicando a relevância da formação desenvolvida. Almeja-se que a engenharia proposta tenha repercussão na formação docente de modo a reverberar no ensino de matemática mobilizando, e consolidando, nos estudantes, as competências no tocante aos problemas de adição e subtração.

Palavras-chave: Teoria dos Campos Conceituais. Engenharia Didática. Teoria das Situações Didáticas. Formação docente.

ABSTRACT

This work highlights the relevance of pedagogue training regarding theoretical-methodological knowledge about the problems of addition and subtraction and manipulable materials. It aims to investigate, in the light of second-generation Didactic Engineering, how knowledge about problems belonging to the conceptual field of additive structures can have a positive impact on the training of teachers who teach mathematics in the early years of elementary school, using manipulative materials as didactic support. In this sense, a training was developed whose thematic addressed was the Theory of Conceptual Fields (TCC) regarding the mathematical problems of the additive field. Methodologically, the research is organized in the principles of Didactic Engineering, complemented by Didactic Engineering of Formation and by the Theory of Didactic Situations. The selected subjects were four pedagogues who teach mathematics in the early years at a public school in the municipality of Maracanaú. The Experimentation phase, due to the new Coronavirus pandemic, was developed remotely. The meetings were held through the Google Meet platform and the WhatsApp instant messaging application. Four didactic situations were applied, contemplating the problems of composition, transformation, and comparison. Data collection took place through photographs, recording of meetings and print screen of the message application screen, in addition to a questionnaire and evaluation instruments. In the a posteriori analysis, it was possible to verify little, if any, theoretical knowledge that supports the teaching of mathematical problems. Based on the cognitive obstacles experienced, the research subjects signaled the importance of a theory that supports their teaching practice. The didactic situations made it possible to perceive advances in the repertoire of theoretical knowledge, indicating the relevance of the training developed. It is hoped that the proposed engineering will have repercussions on teacher education in order to reverberate in the teaching of mathematics, mobilizing and consolidating skills, in students, regarding the problems of addition and subtraction.

Keywords: Theory of Conceptual Fields. Didactic Engineering. Theory of Didactic Situations. Teacher training.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Gráfico com o desempenho do Brasil no PISA 2018.....	23
Figura 2 - Gráfico com a evolução das médias em matemática no SAEB	24
Figura 3 - Estrutura dos Parâmetros Curriculares Nacionais	37
Figura 4 - As dez competências gerais da BNCC	44
Figura 5 - Exemplo do código apresentado em cada habilidade da BNCC	46
Figura 6 - Significado do código alfanumérico das habilidades da BNCC	47
Figura 7 - Representações das seis relações aditivas.....	78
Figura 8 - Diagrama de transformação de 4ª extensão	111
Figura 9 - Diagrama de transformação protótipo	112
Figura 10 - Apresentação da situação didática I.....	124
Figura 11 - Resposta da primeira pergunta	126
Figura 12 - Resolução da questão dois, professora Tulipa.....	127
Figura 13 - Formulação da terceira questão, professora Tulipa	128
Figura 14 - Formulação primeiro problema, professora Girassol	129
Figura 15 - Formulação segundo problema, professora Girassol	129
Figura 16 - Institucionalização da terceira questão, segundo problema	132
Figura 17 - Formulação da terceira questão, professora Amor-perfeito.....	132
Figura 18 - Formulação do problema A com material manipulável não estruturado, professora Amor-perfeito	133
Figura 19 - Formulação do problema A com material manipulável não estruturado, professora Amor-perfeito	133
Figura 20 - Formulação, professora Amor-perfeito	135
Figura 21 - Formulação do problema A com utilização de materiais manipuláveis não estruturados, professora Amor-perfeito	135
Figura 22 - Formulações do problema B com utilização de materiais manipuláveis não estruturados, professora Amor-perfeito	136
Figura 23 - Formulação da representação dos problemas, professora Violeta	136
Figura 24 - Formulação do problema A , professora Girassol	137
Figura 25 - Formulação da terceira questão, professora Violeta	138
Figura 26 - Formulação do problema B , professora Girassol	139
Figura 27 - Formulação da representação dos problemas A e B , professora Tulipa	139

Figura 28 - Materiais manipuláveis não estruturados usados no problema A e B , professora Tulipa.	140
Figura 29 - Materiais manipuláveis não estruturados usados no problema B , professora Tulipa.	140
Figura 30 - Problema A , transformação 4 ^a extensão	141
Figura 31 - Problema B , transformação protótipo.....	141
Figura 32 - Problemas de transformação 1 ^a extensão.....	141
Figura 33 - Apresentação dos diagramas nos problemas de composição 1 ^a extensão	142
Figura 34 - Apresentação dos diagramas nos problemas de composição protótipo	142
Figura 35 - Formulação da questão número dois, professora Girassol	145
Figura 36 - Formulação da questão número dois, professora Amor-perfeito	145
Figura 37 - Formulação da questão número dois, professora Violeta.....	146
Figura 38 - Formulação da terceira questão, professora Violeta	146
Figura 39 - Formulação primeiro problema, professora Tulipa	149
Figura 40 - Formulação primeiro problema, professora Amor-perfeito	149
Figura 41 - Formulação primeiro problema, professora Violeta	150
Figura 42 - Formulação segundo problema, professora Amor-perfeito.....	150
Figura 43 - Formulação segundo problema, professora Tulipa	150
Figura 44 - Formulação segundo problema, professora Violeta	151
Figura 45 - Segunda formulação da professora Tulipa.....	151
Figura 46 - Explanação sobre <i>referente</i> e <i>referido</i> nos problemas de comparação	154
Figura 47 - Formulação do segundo problema, professora Amor-perfeito.....	155
Figura 48 - Institucionalização dos problemas.....	156
Figura 49 - Questão 2, professora Amor-perfeito	157
Figura 50 - Questão 2, professora Violeta.....	157
Figura 51 - Questão 2, professora Girassol.....	157
Figura 52 - Terceira questão, professora Girassol	158
Figura 53 - Terceira questão, professora Violeta.....	159
Figura 54 - Terceira questão, professora Amor-perfeito	159
Figura 55 - Quarta questão, professora Violeta.....	160
Figura 56 - Quarta questão, professora Amor-perfeito	160
Figura 57 - Quarta questão, professora Girassol.....	160

Figura 58 - Quinta questão, professora Violeta	161
Figura 59 - Questão cinco, professora Amor-perfeito	162
Figura 60 - Quinta questão, professora Girassol	163

LISTA DE QUADROS

Quadro 1- Conteúdos de resolução de problemas dos PCN	40
Quadro 2 - Distribuição dos componentes curriculares nas áreas do conhecimento	48
Quadro 3 - Verbos presentes nas habilidades da unidade temática Números	50
Quadro 4 - Objetos de conhecimento envolvendo resolução de problemas de adição e de subtração	51
Quadro 5 - Habilidades por ano escolar envolvendo os problemas de adição e de subtração	51
Quadro 6 - Resultado da segunda busca sem a utilização de aspas	92
Quadro 7- Divisão dos encontros na fase de Experimentação	99
Quadro 8 - Problemas da SD I	106
Quadro 9 - Problemas da SD II	109
Quadro 10 - Problemas da SD III	112
Quadro 11 - Problema da SD IV.....	115
Quadro 12 - Recursos didáticos utilizados pelas docentes	120
Quadro 13 - Abordagem dos problemas matemáticos	120
Quadro 14 - Utilização de materiais manipuláveis.....	121
Quadro 15 - Utilização de materiais manipuláveis nas aulas remotas.....	121
Quadro 16 - Utilização de materiais manipuláveis pelos estudantes	121
Quadro 17 - Ensino embasado em teoria.....	122
Quadro 18 - Resposta número 15 do questionário	122
Quadro 19 - Resposta número 16 do questionário	122
Quadro 20 - Resposta número 17 do questionário	123
Quadro 21 - Síntese das respostas dadas pelas professoras na terceira questão .	146

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Distribuição dos ciclos no ensino fundamental	35
Tabela 2 - Distribuição do quantitativo de objetos de conhecimento e habilidades da unidade temática Números	49
Tabela 3 - Tipos de situações-problemas.....	79
Tabela 4 - Quantitativo dos problemas nos livros didáticos utilizados pelas professoras	87
Tabela 5 - Quantitativo de trabalhos disponíveis na BDTD	91
Tabela 6 - Codinome, turma de lotação e tempo em que ensina matemática	119

LISTA DE SIGLAS

BNCC	Base Nacional Comum Curricular
CNE	Conselho Nacional de Educação
DCN	Diretrizes Curriculares Nacionais
ED	Engenharia Didática
EDF	Engenharia Didática de Formação
INEP	Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Anísio Teixeira
LDB	Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional
LLECE	Laboratório Latino-americano de Avaliação da Qualidade da Educação para a América Latina
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PNE	Plano Nacional de Educação
PAIC	Programa de Alfabetização na Idade Certa
PISA	Programme for International Student Assessment
SAEB	Sistema de Avaliação da Educação Básica
TCC	Teoria dos Campos Conceituais
TSD	Teoria das Situações Didáticas
UNESCO	Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....	18
2 BREVE HISTÓRICO SOBRE O ENSINO DA MATEMÁTICA NO BRASIL	29
2.1 A matemática ontem e hoje: um breve histórico sobre o ensino da matemática	29
2.2 Documentos nacionais (PCN E BNCC) e o ensino da matemática.....	32
2.2.1 Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN)	33
2.2.1.1 <i>Breve histórico</i>	33
2.2.1.2 <i>Estrutura e organização dos PCN</i>	35
2.2.1.3 <i>A matemática nos Parâmetros Curriculares Nacionais</i>	37
2.2.2 A Base Nacional Comum Curricular e a Matemática: trajetória e perspectivas para o ensino nos anos iniciais do ensino fundamental	41
2.2.2.1 <i>A matemática na Base Nacional Comum Curricular</i>	48
3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA E METODOLÓGICA	53
3.1 Teoria das Situações Didáticas (TSD)	53
3.2 Teoria dos Campos Conceituais (TCC)	57
3.2.1 A Teoria dos Campos Conceituais	57
3.3 A Engenharia Didática e a Engenharia Didática de 2ª geração: o percurso metodológico	62
3.3.1 Engenharia Didática.....	63
3.3.2 Engenharia Didática de Formação	66
3.4 Materiais manipuláveis	71
3.4.1 Materiais manipuláveis não estruturados	75
4 ANÁLISES PRELIMINARES	77
4.1 A dimensão epistemológica: o campo conceitual das estruturas aditivas .	77
4.1.1 Os problemas de composição, transformação e comparação	80
4.1.1.1 <i>Problemas de composição: protótipos e extensões.....</i>	80
4.1.1.2 <i>Problemas de transformação: protótipos e extensões</i>	81
4.1.1.3 <i>Problemas de comparação e suas e extensões</i>	82
4.2 A dimensão didática: as estruturas aditivas nos livros didáticos atuais e nas pesquisas acadêmicas	83
4.2.1 As estruturas aditivas nos livros didáticos de matemática	84

4.2.2 As estruturas aditivas em dissertações e teses	91
4.3 A dimensão cognitiva: a matemática na formação do pedagogo.....	94
5 CONCEPÇÃO E ANÁLISE A PRIORI	98
5.1 Constituição dos sujeitos.....	102
5.2 As situações didáticas.....	104
5.2.1 Situação didática I.....	105
5.2.2 Situação didática II.....	108
5.2.3 Situação didática III.....	112
5.2.4 Situação didática IV	114
6 EXPERIMENTAÇÃO	118
6.1 O primeiro encontro.....	118
6.2 Situação didática I: os problemas de composição	123
6.2 Situação didática II: os problemas de transformação	134
6.3 Situação didática III: os problemas de comparação	143
6.4 Situação Didática IV: os problemas de composição, transformação e comparação.....	147
6.5 O último encontro: a avaliação da formação	156
7 ANÁLISE A POSTERIORI E VALIDAÇÃO.....	165
7.1 Análise a posteriori e validação da Situação Didática I	165
7.2 Análise a posteriori e validação da Situação Didática II	168
7.3 Análise a posteriori e validação da Situação Didática III	170
7.4 Análise a posteriori e validação da Situação Didática IV	172
7.5 Análise a posteriori do instrumental avaliativo	174
8 CONSIDERAÇÕES FINAIS	178
REFERÊNCIAS	183
APÊNDICE A - QUESTIONÁRIO	189
APÊNDICE B – SITUAÇÃO DIDÁTICA I.....	190
SITUAÇÃO DIDÁTICA II	191
SITUAÇÃO DIDÁTICA III	192
SITUAÇÃO DIDÁTICA IV	193
APÊNDICE C – INSTRUMENTAL AVALIATIVO.....	194

ANEXO A – PARECER CONSUBSTANCIADO DO COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA (CEP).....	195
ANEXO B – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (TCLE) ..	200

1 INTRODUÇÃO

Os documentos que orientam o ensino da matemática nos dias atuais têm se voltado para o desenvolvimento de competências e habilidades com vistas à resolução de problemas envolvendo situações reais do cotidiano.

Décadas atrás, nos primeiros anos do ensino fundamental, as habilidades desenvolvidas na matemática ficavam restritas em dominar as quatro operações. Além disso, o estudante era passivo e a prática docente era voltada para o uso do livro didático cuja implicação era o aprendizado via memorização, uma vez que o professor transmitia conhecimento e o estudante apenas o recebia.

Porém, esta realidade sofreu alteração, pelo menos nos documentos que norteiam a elaboração dos currículos como os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN, 1997) e mais recentemente a Base Nacional Comum Curricular (BNCC, 2017). Nos PCN de matemática para o primeiro ciclo, o estudante é posto como um sujeito ativo, reflexivo, capaz de questionar suas próprias resoluções e para isso deve haver “[...] uma concepção de ensino não pela mera reprodução de conhecimentos, mas pela via da ação reflexiva que constrói conhecimentos.” (BRASIL, 1997b, p. 33). Neste sentido, as práticas pedagógicas, por consequência, também são ressignificadas em favor da promoção e da possibilidade de vivências significativas de aprendizagem nas quais os estudantes são protagonistas do seu processo de aprendizagem.

A BNCC explicita em seu texto a concepção em relação à formação integral dos estudantes da Educação Básica, devendo essa contemplar o desenvolvimento de forma global, considerando toda a complexidade do ser humano. De acordo com a BNCC, formação integral

Significa, ainda, assumir uma visão plural, singular e integral da criança, do adolescente, do jovem e do adulto – considerando-os como sujeitos de aprendizagem – e promover uma educação voltada ao seu acolhimento, reconhecimento e desenvolvimento pleno, nas suas singularidades e diversidades (BRASIL, 2017b, p. 14).

Conforme mencionamos anteriormente, os documentos atuais sinalizam os estudantes como partícipes do seu processo de aprendizagem e, portanto faz-se necessário que as práticas docentes estejam coerentes com essa nova perspectiva. Tal fato implica em oportunizar “[...] o protagonismo do estudante em sua

aprendizagem e na construção de seu projeto de vida” (BRASIL, 2017, p. 15), proporcionando vivências contextualizadas com a vida real de modo a imprimir sentido às aprendizagens.

Porém, mesmo com esses documentos norteando o ensino da matemática, ainda nos deparamos com resultados preocupantes em avaliações externas, como o Programa Internacional de Avaliação dos Alunos (PISA), em âmbito internacional, e o Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB) em âmbito nacional.

Destacamos que os resultados nacionais coincidem com os dados apresentados nas avaliações internacionais apontando que o ensino da matemática tem deixado lacunas na formação de cidadãos no tocante à utilização dos conhecimentos matemáticos na vida cotidiana, como proposto nos documentos norteadores de elaboração de currículo.

Ressaltamos que tomar as avaliações externas como um parâmetro num primeiro momento serve-nos de pontapé para reflexões mais profundas, pois compreendemos que as avaliações externas, nacionais e internacionais, servem a organismos mundiais com vistas à manutenção dos grupos dominantes. Ornellas e Silva (2019) ratificam nossa reflexão quando nos dizem que

É interessante chamar atenção para o fato de que indicadores internacionais como do Programa Internacional de Avaliação dos Estudantes (PISA) têm prescrito os propósitos para a educação mundial através de políticas públicas de ordenação e regulação, que objetivam resultados e metas (ORNELLAS; SILVA, 2019, p. 322).

Atualmente, exercendo a função de gestora geral em escola pública de ensino fundamental I, tenho a oportunidade de observar as práticas docentes e de perceber que a metodologia mais utilizada em sala de aula é a aula expositiva tendo como recurso pedagógico predominante o livro didático, o qual é utilizado para a resolução de exercícios.

Todavia, antes dessa função, tive oportunidade de atuar tanto como docente nos anos iniciais, tendo em vista ser pedagoga, bem como formadora de professores pelo município onde sou vinculada. Durante quase dezesseis anos tenho tido a oportunidade de observar e aprender cada vez mais sobre os processos de ensino e de aprendizagem. A experiência em sala de aula como professora alfabetizadora e a experiência na formação de professores certamente ampliaram o meu olhar pedagógico e possibilitaram-me muitos aprendizados.

Durante os anos em que estive em sala de aula, participei de formações continuadas em serviço, as quais foram importantes para subsidiar minha prática docente no tocante à alfabetização de crianças. Durante as formações tive contato com teorias de alfabetização e pude não somente estudá-las, mas colocá-las em prática em sala. Esse movimento não só fortaleceu minha prática pedagógica, mas também serviu de reflexão quanto à necessidade de uma teoria para fundamentá-la. Nesse percurso, compreendi que quanto mais eu entendia a teoria, mais eu tomava consciência do meu fazer docente e mais fortalecia minhas ações.

Entre os anos 2010 e metade de 2015, participei do grupo de formadores de professores do Programa de Alfabetização na Idade Certa¹ (PAIC), realizado pelo governo do estado do Ceará em parceria com as prefeituras, através da secretaria de educação de Maracanaú. Na oportunidade realizei formação nas disciplinas de Português e Matemática, para os professores do primeiro ano do ensino fundamental, e posteriormente de Ciências da Natureza para os professores até o quinto ano.

Confesso que ao receber o convite para ser formadora na disciplina de matemática causou-me inicialmente certa insegurança, pois minha experiência com a matemática na educação básica foi baseada em realizar atividades no livro e no caderno, responder os exercícios conforme os professores ensinavam e desconexa com as situações do dia-a-dia. Portanto, a matemática não era meu forte.

Entretanto aceitei o convite e para minha surpresa a matemática me foi apresentada com uma nova perspectiva, ou seja, não era mais um amontoado de regras e fórmulas e o estudante não era mais o sujeito passivo que tudo recebe do professor. Essa experiência ressignificou minha relação com a matemática.

Durante essa experiência tive a oportunidade de conhecer, mesmo que de maneira bastante elementar, a Teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud, a qual despertou meu interesse e rapidamente conquistou-me. A partir desses primeiros estudos aliados às formações docentes, comecei a refletir sobre a possibilidade do conhecimento de uma teoria a respeito do ensino da matemática poderia fortalecer as práticas docentes no tocante ao desenvolvimento de estratégias visando à garantia da aprendizagem dos estudantes.

¹ O PAIC apresenta como objetivo geral alfabetizar todas as crianças até o segundo ano do ensino fundamental. Para mais informações acessar <https://paic.seduc.ce.gov.br/index.php/o-paic/historico/historia>.

Concomitante aos estudos teóricos, realizados por ocasião das formações de docentes, esse período possibilitou-me também visitar as escolas e conhecer a realidade dos professores no chão da sala, além de possibilitar observar, em alguns casos, a contradição entre o que discutíamos nas formações e o que o professor de fato desenvolvia em sala. Foi nesse momento de atuação enquanto formadora que pude observar a predominância do uso do livro didático nas salas de aula. Por mais que as formações trouxessem uma perspectiva de ensino e aprendizagem mais voltada para a participação ativa do sujeito, com propostas e sugestões de aulas interativas, incluindo a utilização de materiais diversificados, a realidade docente que se nos mostrava era outra: professores explicando os conteúdos e os estudantes resolvendo exercícios. Esse fato sempre me foi motivo de inquietações enquanto formadora e cada vez mais ratificava minha percepção de fortalecer as formações estabelecendo relações com o dia-a-dia do professor em sala de aula.

A partir dessas observações realizadas, inferi uma relação entre as práticas pedagógicas desenvolvidas de maneira mais tradicional, centradas em aulas expositivas e resolução de exercícios, e algumas lacunas deixadas no processo de aprendizagem estudantil. Com isso sou movida a perguntar-me se a formação do pedagogo é suficiente para atender a demanda posta nos dias atuais em relação ao desenvolvimento de habilidades e competências dos estudantes, levando em consideração a BNCC, uma vez ser esse o documento norteador das aprendizagens necessárias.

Queremos deixar explícito que nossa investigação não tem como finalidade julgar o fazer pedagógico, pois concordamos com Fiorentini (1995, p. 3) ao dizer que “[...] cada professor constrói idiossincraticamente seu ideário pedagógico a partir de pressupostos teóricos e de sua reflexão sobre a prática”. Queremos menos ainda apontar o professor como o único responsável pelo fracasso no processo de aprendizagem dos estudantes, pois compreendemos os múltiplos fatores que concorrem para tal (desigualdades social e econômica, condições decadentes de subsistência de uma parcela dos estudantes das redes públicas de ensino). Ademais, inferimos que as lacunas existentes na formação inicial do pedagogo, no tocante a uma maior aproximação das disciplinas que lecionará ao assumir uma sala de aula, podem gerar como consequência os problemas de aprendizagem nos estudantes. Compreendemos também que a formação do pedagogo acontece de maneira mais generalista uma vez que pode atuar em diversos espaços na

educação, conforme assinala Gonçalves (2017).

Salientamos que nossa inquietação permeia na interface entre as exigências postuladas nos documentos norteadores de currículo de matemática e sua repercussão no processo de aprendizagem dos estudantes, perpassando, todavia, pela formação do pedagogo. Compreendemos que documentos como os PCN e a BNCC servem, cada um em seu tempo, de norte para a formação docente visando à efetiva consecução em sala de aula. Neste intuito, inferimos a relevância de estudos frequentes, por parte dos professores, bem como das práticas pedagógicas estarem orientadas nos documentos elaborados para nortear os currículos com vistas a efetivar as aprendizagens estudantis postas em tais documentos.

Neste sentido, pensar na aprendizagem dos estudantes requer pensar em multiplicidade de sujeitos e de saberes e, por conseguinte, em estratégias diferenciadas, uma vez que as crianças são indivíduos únicos e têm diferentes formas de aprender. Portanto faz-se necessário que o docente diversifique a metodologia e o recurso didático, de modo que tal diversidade contemple as diversas formas de aprender.

Quanto às diversas possibilidades de trabalho em sala de aula, acreditamos estarem incluídos os materiais didáticos diversificados, provocando assim maior interação entre os estudantes e os objetos de conhecimento com vistas a favorecer a compreensão dos conteúdos abordados.

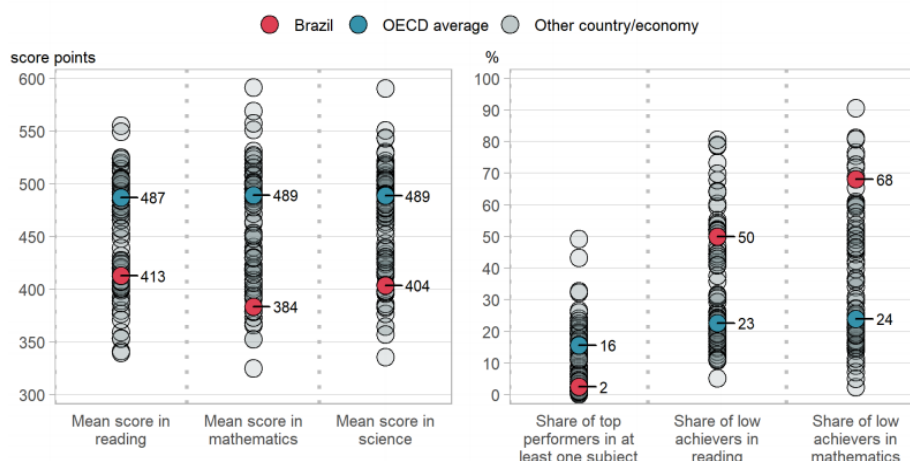
Partindo de nossa vivência no dia-a-dia escolar, enquanto gestora, na qual observamos pouca diversificação quanto ao uso dos recursos metodológicos, bem como da análise dos resultados obtidos em avaliação de larga escala como o PISA (internacional) e o SAEB (em nível nacional), acreditamos que se faz necessário lançar luz ao processo formativo dos professores que ensinam matemática nos anos iniciais do ensino fundamental de modo que esses profissionais consigam embasar sua prática teórica e metodologicamente a fim de desenvolver nos estudantes as habilidades e competências pertinentes a cada ano escolar.

Na última edição do Programme for International Student Assessment (PISA), que aconteceu em 2018 e avaliou 79 países, o Brasil ficou em 70º lugar em matemática, atingindo 384 pontos. Observamos, todavia, que a média dos países da Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE) ficou em 489 pontos.

O resultado divulgado, como demonstrado no gráfico da esquerda na Figura

1, aponta que 68% dos estudantes estão no nível mais elementar de proficiência², não sendo considerado como adequado para o exercício pleno da cidadania.

Figura 1 - Gráfico com o desempenho do Brasil no PISA 2018



Fonte: https://www.oecd.org/pisa/publications/PISA2018_CN_BRA.pdf

Outros dados do PISA apontam ainda que apenas 1% dos estudantes brasileiros atingiu o nível mais elevado de proficiência, o que significa que podem “modelar situações complexas matematicamente e podem selecionar, comparar e avaliar estratégias de resolução de problemas adequadas para lidar com eles”³ (OECD, 2019, p. 3).

Quanto ao Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB) 2019, os resultados divulgados em setembro de 2020 corroboram com os resultados apresentados no PISA, uma vez que os estudantes brasileiros demonstraram também ter consolidadas habilidades medianas. A título de ilustração, sobre o desenvolvimento de tais habilidades ao longo dos anos, a Figura 2 mostra-nos a evolução no desempenho no SAEB, de 1995 a 2019.

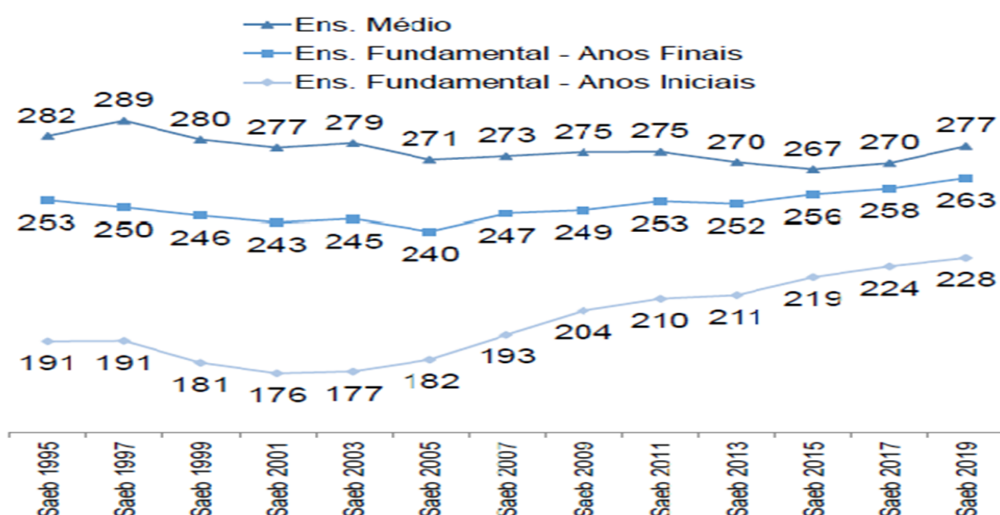
² Para mais informações consultar em:

https://download.inep.gov.br/publicacoes/institucionais/avaliacoes_e_exames_da_educacao_basica/relatorio_brasil_no_pisa_2018.pdf. Acesso em: 13 out. 2021.

³ Disponível em: https://www.oecd.org/pisa/publications/PISA2018_CN_BRA.pdf. Acesso em: 13 out. 2020.

Figura 2 - Gráfico com a evolução das médias em matemática no SAEB

Evolução das proficiências médias dos estudantes em matemática – 1995/2019
(5º e 9º ano do ensino fundamental e 3ª série do ensino médio)



Fonte: http://download.inep.gov.br/educacao_basica/saeb/2019/presskit/PressKit_Saeb_2019.pdf

Notemos no gráfico acima que, ao longo dos anos, tem acontecido um modesto aumento no desempenho dos estudantes brasileiros, de modo particular nos anos iniciais do ensino fundamental. Todavia, vale destacar que esse aumento discreto entre uma versão e outra do SAEB significa que os estudantes ainda estão em um nível mediano de desenvolvimento das habilidades projetadas para essa etapa escolar, uma vez que, de acordo com a pontuação obtida (228 pontos), os estudantes encontram-se no nível 5 da escala de proficiência (o nível 10 é o máximo)⁴. Nesse nível, entre outras habilidades, espera-se que eles sejam capazes de

Números e operações; álgebra e funções – Determinar o resultado da subtração, com recursos à ordem superior, entre números naturais de até cinco ordens, utilizando as ideias de retirar e comparar. Determinar o resultado da multiplicação de um número inteiro por um número representado na forma decimal, em contexto envolvendo o sistema monetário. Determinar o resultado da divisão de números naturais, com resto, por um número de uma ordem, usando noção de agrupamento. Resolver problemas envolvendo a análise do algoritmo da adição de dois números naturais. Resolver problemas, no sistema monetário nacional, envolvendo adição e subtração de cédulas e moedas. Resolver problemas que envolvam a metade e o triplo de números naturais. (BRASIL, 2020, p. 12)

⁴ Para maiores informações acerca da escala de proficiência acessar: <https://www.gov.br/inep/pt-br/centrais-de-conteudo/acervo-linha-editorial/publicacoes-institucionais/avaliacoes-e-exames-da-educacao-basica/escalas-de-proficiencia-do-saeb>. Acesso em: 30 out. 2021.

Destacamos que, na escala de matemática, a proficiência média atingida em 2019 representa o início do nível 5, uma vez que ele vai de 225 a 250 pontos. Ressaltamos, portanto, que mesmo dentre essas habilidades propostas para tal nível, os estudantes ainda apresentam fragilidade quanto à consolidação das competências matemáticas esperadas para essa etapa de escolaridade.

Tomando como referência a Base Nacional Comum Curricular, tendo como base a problemática identificada, nossa atenção neste estudo volta-se para o campo da Aritmética envolvendo a unidade temática Números. Em relação ao objeto de conhecimento da BNCC elencamos os *Problemas envolvendo adição e subtração*, que estão presentes ao longo dos anos iniciais do ensino fundamental. Tendo em vista a teoria de ensino adotada neste estudo, abordaremos tais problemas na perspectiva da Teoria dos Campos Conceituais, especificamente em relação ao campo conceitual das estruturas aditivas.

A partir do problema identificado, o qual aponta o baixo nível de aprendizado dos estudantes ao terminarem o ensino fundamental I em relação à utilização das operações matemáticas em contextos do dia-a-dia, comprovado através das avaliações externas, em níveis nacional e internacional, instigamo-nos a refletir sobre as causas desse fracasso educacional e levantamos como hipótese principal a ausência de uma teoria, na formação dos professores que ensinam matemática nos anos iniciais do ensino fundamental, acerca dos problemas pertencentes ao campo conceitual das estruturas aditivas.

Ratificando com nossa percepção, Magina e Campos (2004), considerando ser o professor o profissional responsável pelo ensino, pela mediação entre o aluno e o objeto de conhecimento, nos diz que o docente “deve estar atento para ‘o que, como, quando e por que’ ensinar um dado conteúdo” (MAGINA; CAMPOS, 2004, p. 54). Além disso, as autoras também ressaltam que várias pesquisas têm sido realizadas no sentido de investigar as possíveis causas das dificuldades dos estudantes na matemática, voltando o olhar para a formação dos professores.

A partir de tal inquietação, elencamos algumas hipóteses correlatas à principal:

- O restrito uso de recursos didáticos ao abordar os problemas do campo aditivo;
- Os conhecimentos teóricos, relativos à TSD e à TCC, podem repercutir

positivamente na formação docente no tocante ao ensino das estruturas aditivas e à utilização de objetos manipuláveis nas aulas de matemática;

- Uma formação baseada em situações didáticas, à luz da EDF, voltada às docentes que ensinam matemática nos anos iniciais pode ressignificar⁵ os conhecimentos quanto aos problemas de adição e subtração e à utilização de materiais manipuláveis.

A partir do exposto, uma inquietação nos mobiliza a uma investigação mais aprofundada e voltamos nosso olhar para os conhecimentos docentes quanto aos problemas de adição e subtração com a seguinte indagação: De que maneira uma formação docente acerca dos problemas pertencentes ao campo conceitual das estruturas aditivas pode repercutir positivamente na formação de professores que ensinam matemática nos anos iniciais do ensino fundamental, tendo como suporte didático materiais manipuláveis?

Visando uma melhor compreensão do fenômeno, propomos ainda elucidarmos as seguintes questões: Quais recursos didáticos as professoras que ensinam matemática nos anos iniciais consideram como preferenciais ao abordarem os problemas do campo aditivo? Os conhecimentos teóricos, relativos à TSD e à TCC, podem repercutir positivamente na formação do pedagogo no tocante ao ensino das estruturas aditivas e à utilização de objetos manipuláveis nas aulas de matemática? Uma formação baseada em situações didáticas, voltadas às docentes que ensinam matemática nos anos iniciais, pode ressignificar os conhecimentos quanto aos problemas de adição e subtração e à utilização dos materiais manipuláveis?

Na tentativa de responder tais questões, optamos por realizar uma formação docente na qual serão desenvolvidas situações didáticas, cujos sujeitos serão quatro pedagogas que ensinam matemática nos anos iniciais do ensino fundamental em uma escola pública do município de Maracanaú, visando ressignificar seus conhecimentos teóricos acerca das estruturas aditivas e dos objetos manipuláveis, tendo como referencial metodológico da pesquisa a Engenharia Didática (ED) complementada pela Engenharia Didática de Formação (EDF), também chamada de Engenharia Didática de 2ª geração, que segue as mesmas fases da ED (análises

⁵ Ressignificar: dar um sentido diferente a alguma coisa. Fonte: <https://www.dicio.com.br/ressignificar>. Acesso em: 10 nov. 2021.

preliminares, concepção e análise *a priori*, experimentação, análise *a posteriori* e validação). Complementamos ainda nossa metodologia de pesquisa embasando-nos nas quatro fases da Teoria das Situações Didáticas (TSD) no tocante à aplicação das situações didáticas na fase de experimentação.

A partir da problemática exposta, apontamos como objetivo geral de nossa pesquisa investigar, à luz da Engenharia Didática de 2ª geração, de que maneira o conhecimento acerca dos problemas pertencentes ao campo conceitual das estruturas aditivas pode repercutir positivamente na formação de professores que ensinam matemática nos anos iniciais do ensino fundamental, tendo como suporte didático materiais manipuláveis.

Ainda no intuito de contemplarmos o objetivo geral, destacamos a seguir os objetivos específicos:

- Investigar quais recursos didáticos as professoras que ensinam matemática nos anos iniciais consideram como preferenciais ao abordarem os problemas do campo aditivo;
- Aplicar, junto às docentes que ensinam matemática nos anos iniciais, situações didáticas acerca das estruturas aditivas e da utilização de materiais manipuláveis;
- Refletir sobre como os conhecimentos teóricos, relativos à TSD e à TCC, podem repercutir positivamente na formação docente no tocante ao ensino das estruturas aditivas e à utilização de objetos manipuláveis nas aulas de matemática.

Visando alcançar os objetivos propostos, bem como responder às questões da pesquisa, considerando a metodologia adotada neste trabalho, organizamos o texto em sete capítulos e as considerações finais.

O primeiro capítulo trata da introdução do trabalho, na qual apresentamos a justificativa, a problemática, os objetivos geral e específicos, a metodologia e a organização do trabalho.

No capítulo seguinte, fazemos um breve histórico em relação ao ensino da matemática no Brasil, onde abordamos como a aritmética tem sido ensinada. Abordamos também os documentos nacionais (PCN e BNCC) que norteiam, ao seu tempo, a elaboração dos currículos escolares, além disso, destacamos a utilização de materiais manipuláveis nas aulas de matemática.

A fundamentação teórico-metodológica, na qual discutimos a Teoria das Situações Didática, a Teoria dos Campos Conceituais, a Engenharia Didática e a Engenharia Didática de Formação, é apresentada no terceiro capítulo.

Ao quarto capítulo ficou destinada a apresentação das Análises preliminares, com suas três dimensões: epistemológica, didática e cognitiva. Nelas, são abordados respectivamente: o campo conceitual das estruturas aditivas, as estruturas aditivas nos livros didáticos atuais e nas pesquisas acadêmicas e a matemática na formação do pedagogo.

O capítulo cinco destaca a concepção da formação docente a ser realizada em seis encontros, de forma virtual. São concebidas também as quatro situações didáticas, envolvendo os problemas do campo aditivo a serem analisados à luz da TCC, a serem aplicadas por ocasião da fase de experimentação. Além disso, caracterizamos os sujeitos participantes da pesquisa e descrevemos os instrumentais utilizados para a coleta de dados complementares. Neste capítulo, por força das análises *a priori*, realizamos conjecturas a respeito dos possíveis comportamentos dos sujeitos no momento da experimentação.

Apresentamos no capítulo seis a fase de experimentação, ou seja, a aplicação das situações didáticas planejadas. Neste capítulo consta todo o desenvolvimento da formação, desde a aplicação do questionário à avaliação do momento formativo proposto, perpassando pela resolução das situações.

O último capítulo está destinado às análises *a posteriori*, onde realizamos um confronto entre o que se previu nas análises *a priori* com os dados coletados na experimentação.

Findamos nosso trabalho com as considerações finais fazendo um resgate dos pontos mais relevantes da pesquisa, bem como apresentando as limitações deste trabalho e as perspectivas futuras.

2 BREVE HISTÓRICO SOBRE O ENSINO DA MATEMÁTICA NO BRASIL

Nesta seção apresentamos uma discussão histórica sobre como a matemática tem sido ensinada ao longo de quase um século. Nosso foco são os anos iniciais do ensino fundamental. Para tal, valemo-nos dos textos de Soares, Dassie e Rocha (2004), Pais (2010), Santana, Alves e Nunes (2015), entre outros.

2.1 A matemática ontem e hoje: um breve histórico sobre o ensino da matemática

Desde os primórdios do homem na terra, a matemática tem sido um instrumento de evolução para o próprio homem. A cada descoberta ou invenção, a matemática está presente, seja em relação à contagem do tempo, medição do espaço, estimando quantidades, etc. De acordo com os PCN (1997b), a importância da matemática deve-se ao fato de que ela “[...] permite resolver problemas da vida cotidiana, tem muitas aplicações no mundo do trabalho e funciona como instrumento essencial para a construção de conhecimentos em outras áreas curriculares” (BRASIL, 1997b, p. 15). A matemática tem participação ativa no desenvolvimento da raça humana.

De acordo com Barguil e Mota (2019, p. 10, grifos dos autores), a palavra matemática deriva do grego e é composta pelos vernáculos “[...] **mathema**, que significa explicar, entender, lidar, conviver e conhecer, e **techne**, traduzido como técnica, maneira, habilidade ou arte”. Os autores ainda afirmam que os estudos em relação às quantidades, medidas, estruturas, variações e espaços são os que caracterizam a matemática. Esse fato corroborou para a criação dos diversos campos de conhecimento da matemática: Álgebra, Aritmética, Grandezas e Medidas, Lógica e Probabilidade, Geometria, Estatística (BARGUIL; MOTA, 2019). Considerando nosso objeto de estudo, deter-nos-emos ao campo da Aritmética.

Importante destacarmos que o ensino sofre influência das transformações ocorridas na sociedade, portanto as mudanças sociais perpassam pela sala de aula. Com a matemática não se faz diferente, uma vez que ela insere-se no bojo das reformas educacionais e das tendências de ensino. No que pesem as reformas educacionais, Soares, Dassie e Rocha (2004) apontam como o ensino da Matemática é influenciado por esses movimentos.

Quanto ao ensino de matemática, em particular, as reformas das décadas de 30 e 40 e, mais tarde, a reforma conhecida como Matemática Moderna, nas décadas de 60 e 70, modificaram a disciplina de forma tão profunda que ainda hoje sentimos os efeitos dessas mudanças (SOARES; DASSIE; ROCHA, 2004, p. 7).

Como exemplo dessa transformação, os referidos autores destacam que a disciplina foi constituída a partir da “fusão da trigonometria, da álgebra, da aritmética e da geometria” (*ibid*, 2004, p. 7).

Quanto às tendências de ensino, citamos dois trechos de Fiorentini (1995), os quais demonstram que, conforme a tendência, o ensino de matemática molda-se, ou deve moldar-se, a ela.

- Didaticamente, o ensino nessa tendência pedagógica foi acentuadamente livresco e centrado no professor e no seu papel de transmissor e expositor do conteúdo através de preleções ou de desenvolvimentos teóricos na lousa (FIORENTINI, 1995, p. 7);
- A tendência empírico-ativista, como podemos observar, procura valorizar os processos de aprendizagem e envolver o aluno em atividades. A forma como estas atividades são organizadas e desenvolvidas nem sempre é a mesma (*ibid*, p. 12).

Como podemos observar nos excertos acima, cada um traz uma perspectiva de ensino diferente. O primeiro diz respeito à tendência formalista clássica e o segundo à empírico-ativista.

Nesse sentido, o ensino da matemática perpassa necessariamente pelo contexto histórico no qual se apresenta. Partindo de nosso objeto de estudo nos deteremos na Aritmética, uma vez que essa está relacionada ao estudo dos números e operações (BRASIL, 1997b, p. 36).

Nesse ponto, voltamos nosso olhar aos modelos de ensino da aritmética, ou seja, como ela vem sendo ensinada no decorrer das últimas décadas, uma vez que a partir do desenvolvimento de estudos na área, Vergnaud (1993), Brousseau (2008), Kamii (1999), a metodologia vem sofrendo transformações no decorrer dos tempos.

Pais (2010) apresenta-nos um estudo realizado acerca do ensino da aritmética nas últimas décadas do século XIX. Para tal, o autor buscou como fonte de pesquisa os livros didáticos utilizados na época e em específico os livros escritos por José Theodoro de Souza Lobo: Segunda Aritmética para Meninos (1870) e Primeira Aritmética para Meninos (1874). O autor justifica a utilização de livros didáticos, na medida em que “o uso de livros didáticos tem uma importância

diferenciada, pois os seus conteúdos permitem visualizar uma parte mais nuclear das práticas escolares” (PAIS, 2010, p. 129).

O estudo de Pais (2010) nos surpreende na medida em que determinados do ensino da matemática ainda se reproduzem nos dias atuais. De acordo com o autor, a metodologia mais utilizada nesses livros era a resolução de problemas por parte dos estudantes, ou seja, eles assistiam às aulas expositivas e depois passavam a resolver exercícios.

[...] a época em que Souza Lobo escreveu seus livros caracteriza-se também por essa valorização maior das atividades a serem feitas pelos alunos e naquele momento isso significava fazer exercícios, quase sempre, concebidos na perspectiva da repetição dos modelos apresentados pelos autores ou professores (PAIS, 2010, p. 134).

Para o referido autor, as práticas proposta por Souza Lobo “estavam inseridas na vertente tradicional no que diz respeito ao uso da técnica didática de fornecer exemplos de resolução a serem seguidos pelo estudante” (PAIS, 2010, p. 132). Ressaltamos que tais práticas ainda são facilmente encontradas no século XXI, como apontam Etcheverria (2014) e Santana, Alves e Nunes (2015).

Etcheverria (2014) constata que as dificuldades de aprendizagem apresentadas pelos estudantes, em relação às estruturas aditivas, advêm das práticas de ensino, uma vez que essas estão voltadas para a resolução das atividades propostas nos livros didáticos.

Santana, Alves e Nunes (2015) também corroboram com a discussão de tal sorte que nos apontam, em estudo realizado na região sul da Bahia, no qual participaram 18 professores dos anos iniciais do ensino fundamental, que muitos docentes pautam sua prática na resolução de problemas contidos nos livros didáticos.

Para efeito de discussão, retomamos PAIS (2010) ao investigar o ensino da aritmética nas décadas finais do século XIX, no qual se baseava na utilização do livro didático, em aulas expositivas e resolução de exercícios, e para nossa surpresa mais de um século depois nos deparamos ainda com práticas semelhantes. Nesse sentido, somos levados a alguns questionamentos: Seriam os estudantes dos dias atuais semelhantes aos estudantes de séculos passados? Haveriam surgido novas teorias acerca dos processos de ensino e aprendizagem capazes de promoverem

reflexões e transformações nesses processos? Uma metodologia arcaica seria o motivo para tantos resultados negativos quanto ao aprendizado da aritmética?

Adiante apontamos e discutimos acerca de uma teoria que subsidie o ensino dos problemas envolvendo as operações matemáticas de adição e de subtração, tendo como estratégia a resolução de problemas, conforme apregoam os PCN, “Resolução de problemas é um caminho para o ensino de Matemática que vem sendo discutido ao longo dos últimos anos” (BRASIL, 1997b, p. 30), e a BNCC, de acordo com o trecho citado a seguir.

Os **processos matemáticos** de resolução de problemas, de investigação, de desenvolvimento de projetos e da modelagem podem ser citados como formas privilegiadas da atividade matemática, motivo pelo qual são, ao mesmo tempo, objeto e estratégia para a aprendizagem ao longo de todo o Ensino Fundamental (BRASIL, 2017, p. 266, grifo do autor).

A partir do exposto pudemos observar como as práticas pedagógicas dos professores que ensinam matemática, mesmo com décadas de diferença, ainda guardam certa similaridade, pois a adoção do livro didático como um recurso predominante no ensino configura-se, portanto, como uma estratégia persistente. Ressaltamos, contudo, que ao apontarmos algumas reflexões a respeito do uso do livro não estamos absolutamente desmerecendo esse recurso. Nossa reflexão destaca a adoção da resolução de problemas como uma estratégia pedagógica pertinente no trato com as operações de adição e subtração, uma vez que ao compreender uma teoria de ensino e uma metodologia acreditamos que o fazer docente em sala de aula dar-se-á de modo a possibilitar maiores aprendizados aos estudantes.

Na próxima seção trazemos dois documentos que fazem parte da história da elaboração dos currículos nacionais desde o final da década de 90: os Parâmetros Curriculares Nacionais e a Base Nacional Comum Curricular. Pontuaremos o contexto histórico que permeia cada um, bem como apresentamos as perspectivas no tocante à matemática.

2.2 Documentos nacionais (PCN E BNCC) e o ensino da matemática

Após fazermos um breve histórico sobre o ensino da aritmética no Brasil, desde as últimas décadas do século XIX, abordaremos neste tópico dois dos

principais documentos nacionais norteadores para a elaboração dos currículos escolares no tocante à matemática, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e a Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

2.2.1 Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN)

A seguir apresentamos algumas considerações a respeito dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), em relação ao contexto de sua elaboração, bem como sobre como a matemática nele é contemplada.

2.2.1.1 Breve histórico

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), promulgados em 1997, foram, até a homologação da BNCC, um referencial importante para a educação nacional, no tocante às elaborações de currículos municipais e estaduais, uma vez que trouxeram concepções de ensino e aprendizagem nas quais o professor e o aluno assumem papel de protagonistas nesses processos. Todavia apresentaram-se como uma proposta flexível, na qual podem e devem ser complementadas nos estados, municípios e escolas. Salientamos que, considerando a obrigatoriedade da utilização da BNCC para a elaboração dos currículos, os PCN ainda são uma fonte de fundamentação bastante rica para os professores, as escolas e os sistemas de ensino.

Os PCN surgem no bojo das transformações ocorridas, tanto em contexto mundial quanto nacional. Em contexto mundial, a Conferência Mundial de Educação para Todos, em Jomtien, na Tailândia, convocada pela UNESCO, UNICEF, PNUD e Banco Mundial, trouxe para os países em desenvolvimento a necessidade de universalizar a educação fundamental ampliando as aprendizagens (BRASIL, 1997). Em âmbito nacional, Nunes (2012) sinaliza, como parte dessas transformações, a implantação de um conjunto maior de reformas sociais, políticas, econômicas e educacionais ocorridas principalmente a partir dos anos 1990. A referida autora ressalta que tais mudanças são reflexos das políticas econômicas em voga em virtude da necessidade de aprimoramento das funções do Estado. Para ela,

Tais mudanças advindas da chamada crise do fordismo conduziram a uma reestruturação do capitalismo em escala mundial e que dizia respeito não somente a esfera econômica, mas também ao funcionamento da sociedade e seus diversos mecanismos de regulação (NUNES, 2012, p. 94).

Segundo aponta a autora, é nesse contexto de mudança e reestruturação econômica que os PCN são introduzidos em âmbito educacional. Tal aspecto apresenta-se destacado na própria função do documento: “orientar e garantir a coerência dos investimentos no sistema educacional [...]” (BRASIL, 1997a, p. 13). A partir do excerto destacado, concordamos com a autora quando destaca as exigências internacionais quanto ao delineamento econômico implicando em reestruturações internas, tendo foco especial na educação.

Para tanto, observamos que os PCN apontam em seus princípios a necessidade de desenvolver nos estudantes competências que os permitam adaptar-se rapidamente aos novos processos. Destacamos a seguir um excerto para melhor exemplificarmos nossa fala.

Não basta visar à capacitação dos estudantes para futuras habilitações em termos das especializações tradicionais, mas antes trata-se de ter em vista a formação dos estudantes em termos de sua capacitação para a aquisição e o desenvolvimento de **novas competências**, em função de novos saberes que se produzem e demandam um novo tipo de profissional, preparado para poder lidar com novas tecnologias e linguagens, capaz de responder a novos ritmos e processos (BRASIL, 1997a, p. 28, grifo nosso).

Sobre as competências Nunes (2012) destaca que a utilização de termos como *competência* aponta um delineamento da educação enquanto mercadoria e não mais um direito social. Leher (2004 *apud* NUNES, 2012) corrobora com esse entendimento ao afirmar que

[...] o pré-requisito é converter, no plano do imaginário social, a educação da esfera do direito, para a esfera do mercado, por isso o uso de um léxico empresarial: excelência, eficiência, gestão por objetivos, clientes e usuários, empreendedorismo, produtividade, profissionalização por competências, etc (LEHER, 2004 *apud* NUNES, 2012, p. 95-96).

Ao que apresentamos sobre o contexto econômico em que os PCN foram elaborados, importa destacarmos que em âmbito educacional, o Brasil apresentava dados preocupantes quanto à repetência e à evasão, repercutindo, por conseguinte, na qualidade do processo de aprendizagem. De acordo com Brasil (1997a, p. 23), os resultados do SAEB de 1995 reafirmam a baixa qualidade atingida pelos estudantes,

uma vez que em língua portuguesa o resultado nos anos iniciais (1^a à 4^a série, anterior à lei 11.274/2006⁶) ficou em torno de 50% de aproveitamento. Em relação à matemática, os resultados ficaram abaixo dos 50%.

Portanto, é nessa conjuntura que os PCN são pensados, visando possibilitar de fato, às crianças e aos jovens brasileiros, “[...] acesso ao conjunto de conhecimentos socialmente elaborados e reconhecidos como necessários para o exercício da cidadania para deles poder usufruir” (BRASIL, 1997a, p. 28).

Após essa breve contextualização, na próxima seção, apresentaremos como estão organizados os Parâmetros Curriculares Nacionais.

2.2.1.2 Estrutura e organização dos PCN

Os PCN foram estruturados concebendo o ensino fundamental dividido em quatro ciclos, conforme demonstrado na Tabela 1.

Tabela 1 - Distribuição dos ciclos no ensino fundamental

Ciclo	Série
1 ^o	1 ^a e 2 ^a
2 ^o	3 ^a e 4 ^a
3 ^o	5 ^a e 6 ^a
4 ^o	7 ^a e 8 ^a

Fonte: elaborada pela autora.

Diante disso, esse documento estabelece dez objetivos gerais para o ensino fundamental.

- compreender a cidadania como participação social e política, assim como exercício de direitos e deveres políticos, civis e sociais, adotando, no dia-a-dia, atitudes de solidariedade, cooperação e repúdio às injustiças, respeitando o outro e exigindo para si o mesmo respeito;
- posicionar-se de maneira crítica, responsável e construtiva nas diferentes situações sociais, utilizando o diálogo como forma de mediar conflitos e de tomar decisões coletivas;
- conhecer características fundamentais do Brasil nas dimensões sociais, materiais e culturais como meio para construir progressivamente a noção de identidade nacional e pessoal e o sentimento de pertinência ao País;
- conhecer e valorizar a pluralidade do patrimônio sociocultural brasileiro,

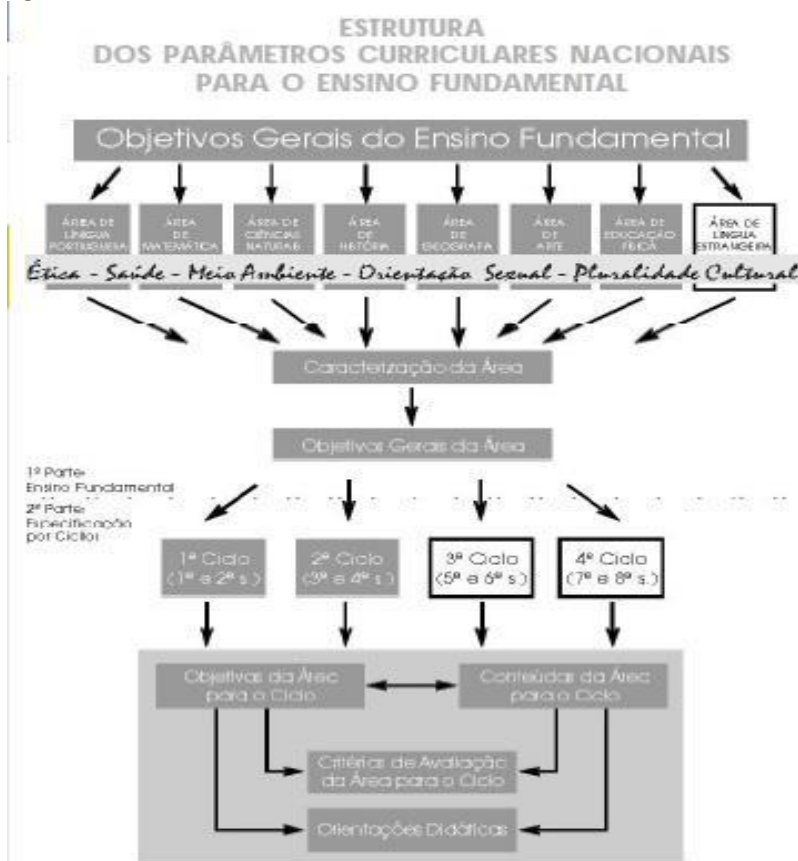
⁶ Lei que dispõe sobre o ensino fundamental de nove anos. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_Ato2004-2006/2006/Lei/L11274.htm. Acesso em: 13 jan. 2021.

bem como aspectos socioculturais de outros povos e nações, posicionando-se contra qualquer discriminação baseada em diferenças culturais, de classe social, de crenças, de sexo, de etnia ou outras características individuais e sociais;

- perceber-se integrante, dependente e agente transformador do ambiente, identificando seus elementos e as interações entre eles, contribuindo ativamente para a melhoria do meio ambiente;
- desenvolver o conhecimento ajustado de si mesmo e o sentimento de confiança em suas capacidades afetiva, física, cognitiva, ética, estética, de inter-relação pessoal e de inserção social, para agir com perseverança na busca de conhecimento e no exercício da cidadania;
- conhecer e cuidar do próprio corpo, valorizando e adotando hábitos saudáveis como um dos aspectos básicos da qualidade de vida e agindo com responsabilidade em relação à sua saúde e à saúde coletiva;
- utilizar as diferentes linguagens — verbal, matemática, gráfica, plástica e corporal — como meio para produzir, expressar e comunicar suas idéias, interpretar e usufruir das produções culturais, em contextos públicos e privados, atendendo a diferentes intenções e situações de comunicação;
- saber utilizar diferentes fontes de informação e recursos tecnológicos para adquirir e construir conhecimentos;
- questionar a realidade formulando-se problemas e tratando de resolvê-los, utilizando para isso o pensamento lógico, a criatividade, a intuição, a capacidade de análise crítica, selecionando procedimentos e verificando sua adequação (BRASIL, 1997b, 6 p.)

A partir dos objetivos gerais para o ensino fundamental são definidos os objetivos gerais de cada uma das áreas e dos temas transversais. Além disso, apresentam também os objetivos de cada ciclo. A estrutura dos PCN pode ser mais bem compreendida a partir da Figura 3.

Figura 3 - Estrutura dos Parâmetros Curriculares Nacionais



Fonte: Brasil (1997b).

De acordo com a figura acima, os PCN apresentam objetivos gerais para o ensino fundamental, que orientam a estruturação dos currículos. Para tal, os PCN são organizados em dez volumes, a saber: Volume 1 - Introdução aos Parâmetros Curriculares Nacionais; Volume 2 - Língua Portuguesa; Volume 3 - Matemática; Volume 4 - Ciências Naturais; Volume 5 - História e Geografia; Volume 6 - Arte; Volume 7 - Educação Física; Volume 8 - Apresentação dos Temas Transversais e Ética; Volume 9 - Meio Ambiente e Saúde; Volume 10 - Pluralidade Cultural e Orientação Sexual.

Tendo em vista o objeto de estudo proposto neste trabalho, na próxima seção apresentamos alguns aspectos da matemática nos PCN, tais como: concepções, objetivos e estrutura.

2.2.1.3 A matemática nos Parâmetros Curriculares Nacionais

Os PCN são pensados em um momento de efervescência não somente no que tange às questões econômicas, mas também em relação ao ensino da

matemática, em especial Europa e Estados Unidos da América. Tal efervescência advém da necessidade de adequação da formação dos cidadãos para uma nova realidade de modernização no mundo do trabalho, neste sentido, de acordo com os PCN, a matemática moderna surge como “[...] via de acesso privilegiada para o pensamento científico e tecnológico” (BRASIL, 1997b, p. 20).

Entre os anos de 1980 e 1995 foi estudada e discutida em vários países a matemática moderna, e pontos comuns puderam ser observados e abordados também no Brasil. São eles:

- direcionamento do ensino fundamental para a aquisição de competências básicas necessárias ao cidadão e não apenas voltadas para a preparação de estudos posteriores;
- importância do desempenho de um papel ativo do aluno na construção do seu conhecimento;
- ênfase na resolução de problemas, na exploração da Matemática a partir dos problemas vividos no cotidiano e encontrados nas várias disciplinas;
- importância de se trabalhar com um amplo espectro de conteúdos, incluindo-se, já no ensino fundamental, elementos de estatística, probabilidade e combinatória, para atender à demanda social que indica a necessidade de abordar esses assuntos;
- necessidade de levar os alunos a compreenderem a importância do uso da tecnologia e a acompanharem sua permanente renovação (BRASIL, 1997b, p.21).

Ao elencar os pontos citados acima, os PCN apresentam uma crítica em relação à dificuldade das novas ideias tomarem corpo nas salas de aulas, pois considera que os docentes não têm acesso aos trabalhos e pesquisas desenvolvidos pelas universidades, ou quando têm acesso às novas ideias, essas por sua vez chegam com interpretações inadequadas.

O documento aponta uma relação entre o baixo desempenho dos estudantes, apresentado em avaliação externa, e o ensino da matemática. Para os PCN, a formação docente, inicial e continuada, não fornece subsídios suficientes que possibilitem uma prática pedagógica mais consistente, capaz de cumprir com as exigências que o período impunha. A fragilidade na formação, tomando como exemplo as concepções pedagógicas, faz com que os docentes sustentem sua atuação em sala de aula amparada pelo uso do livro didático, esse por sua vez “[...] de qualidade insatisfatória” (BRASIL, 1997b, p. 22).

O documento, logo em seu início, apresenta um texto voltado ao professorado, contextualizando brevemente sua construção e apontando o objetivo do documento.

Nosso objetivo é auxiliá-lo na execução de seu trabalho, compartilhando seu esforço diário de fazer com que as crianças dominem os conhecimentos de que necessitam para crescerem como cidadãos plenamente reconhecidos e conscientes de seu papel em nossa sociedade (BRASIL, 1997b, 5 p).

O excerto acima expõe a preocupação com a ação docente, em que se faz necessária uma prática transformadora capaz de formar cidadãos conscientes de seu papel na sociedade. Notemos que o referido documento demonstra já em seu início a compreensão de que o fazer docente em sala de aula necessita de ser bem pensado e planejado com vistas a efetivar uma formação holística, não apenas conteudista.

Uma vez considerando a importância da formação cidadã, os PCN trazem, no bojo dessa formação, a matemática como imprescindível, pois permite a resolução de problemas cotidianos, tem implicações no mundo do trabalho, corrobora para uma melhor compreensão nas outras áreas do conhecimento e “interfere fortemente na formação de capacidades intelectuais, na estruturação do pensamento e na agilização do raciocínio dedutivo do aluno” (BRASIL, 1997b, p. 15). Nesse sentido, é imperativo que os conhecimentos matemáticos sejam acessíveis a todos.

Outro aspecto importante que os PCN trazem são os princípios nos quais estão pautados, esses abordam desde a importância da matemática na construção da cidadania à atividade da matemática escolar, passando ainda por: aspectos básicos do ensino da matemática; a aprendizagem da matemática; os recursos didático; a avaliação. Tais princípios delineiam uma concepção de protagonismo estudantil.

Quanto aos objetivos do ensino fundamental, foram elencados onze para o primeiro ciclo (antigas 1ª e 2ª séries) e dezesseis para o segundo ciclo (3ª e 4ª séries). Dentre eles destacamos abaixo um objetivo de cada ciclo respectivamente, relacionados à resolução de problemas.

Resolver situações-problema e construir, a partir delas, os significados das operações fundamentais, buscando reconhecer que uma mesma operação está relacionada a problemas diferentes e um mesmo problema pode ser resolvido pelo uso de diferentes operações (BRASIL, 1997b, p. 47).
Resolver problemas, consolidando alguns significados das operações fundamentais e construindo novos, em situações que envolvam números naturais e, em alguns casos, racionais (*ibid* p. 56).

Para contemplar os objetivos propostos, os PCN de matemática dividiram os conteúdos matemáticos em quatro blocos: Números e Operações; Espaço e Forma; Grandezas e Medidas e Tratamento da Informação. Analisando especificamente o bloco Números e Operações, relativo ao primeiro ciclo, observamos uma subdivisão nos conteúdos, a saber: Números Naturais e Sistema de Numeração Decimal; Operações com Números Naturais. Em relação ao segundo ciclo, os conteúdos são: Números Naturais, Sistema de Numeração Decimal e Números Racionais; Operações com Números Naturais e Racionais.

Não obstante, estabeleceram conteúdos conceituais e procedimentais a serem contemplados nos quatro blocos de conteúdos, além de conteúdos atitudinais a serem desenvolvidos pelos estudantes. No bloco Operações, apresentamos abaixo os conteúdos que compõem tanto o primeiro quanto o segundo ciclo do ensino fundamental, conforme apresentado no Quadro 1.

Quadro 1- Conteúdos de resolução de problemas dos PCN

Ciclo	Conteúdo
1º	• Análise, interpretação, resolução e formulação de situações-problema, compreendendo alguns dos significados das operações, em especial da adição e da subtração; • Reconhecimento de que diferentes situações-problema podem ser resolvidas por uma única operação e de que diferentes operações podem resolver um mesmo problema.
2º	• Análise, interpretação, formulação e resolução de situações-problema, compreendendo diferentes significados das operações envolvendo números naturais e racionais; • Reconhecimento de que diferentes situações-problema podem ser resolvidas por uma única operação e de que diferentes operações podem resolver um mesmo problema; • Resolução das operações com números naturais, por meio de estratégias pessoais e do uso de técnicas operatórias convencionais, com compreensão dos processos nelas envolvidos.

Fonte: Brasil (1997b, p. 51 e 57).

Importa destacar que os PCN apresentam várias orientações acerca do trabalho e da perspectiva a serem desenvolvidos pelos docentes em sala de aula. Para esses documentos os estudantes têm um papel ativo no seu aprendizado e cabe aos professores oportunizar situações nas quais os estudantes possam ser desafiados.

Após o exposto, podemos observar que os PCN visam orientar o trabalho desenvolvido em sala de aula, pois oferece, ao longo do seu texto, subsídios

teóricos de modo a contribuir com a formação docente no dia-a-dia. Não obstante, destaca a importância do protagonismo estudantil no seu processo de aprendizagem.

Na próxima seção refletimos sobre a Base Nacional Comum Curricular, sua concepção e organização, e daremos atenção especial à apresentação e organização do componente curricular Matemática.

2.2.2 A Base Nacional Comum Curricular e a Matemática: trajetória e perspectivas para o ensino nos anos iniciais do ensino fundamental

Nesta seção discutiremos a respeito da Base Nacional Comum Curricular no tocante à sua elaboração, à ênfase em competências e em especial à abordagem dada à matemática. Para tanto nos valem as escritas de Passos e Nacarato (2018), Rolkouski (2018) e Ornellas e Silva (2019).

A BNCC, homologada em 2017, é um documento de caráter normativo que define “aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica, de modo a que tenham assegurados seus direitos de aprendizagem e desenvolvimento [...]” (BRASIL, 2017, p. 7). Portanto é a partir desse documento que todas as redes de ensino, públicas ou privadas, devem nortear-se na elaboração de seus currículos.

A ideia de um documento de base comum onde se estabeleça as aprendizagens mínimas necessárias surge com a promulgação da Constituição Federal de 1988, na qual em seu Art. 210 nos diz que “Serão fixados conteúdos mínimos para o ensino fundamental, de maneira a assegurar formação básica comum e respeito aos valores culturais e artísticos, nacionais e regionais” (BRASÍLIA, 2016, p. 124). Conforme exposto no artigo da nossa Carta Magna, havia a intenção de uniformizar minimamente os currículos em todo o território brasileiro.

Após tal referência, surge outra legislação com vistas a regulamentar o exposto na Constituição, A Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB) de 1996. Nela se expressa novamente a necessidade de estabelecer competências comuns a serem desenvolvidas na educação básica. Para tal, o artigo 9º, inciso IV, incumbe à União de:

Estabelecer, em colaboração com os Estados, o Distrito Federal e os Municípios, competências e diretrizes para a educação infantil, o ensino fundamental e o ensino médio, que nortearão os currículos e seus conteúdos mínimos, de modo a assegurar formação básica comum (BRASIL, 2017a, p.11-12).

Como exposto no excerto acima, a elaboração de um documento comum a todos os sistemas já havia sido mencionada em 1988 por ocasião da Constituição Federal. Após a promulgação da LDB 9394/96, o Conselho Nacional de Educação (CNE) debruçou-se na elaboração das Diretrizes Curriculares Nacionais (DCN), homologadas em 2010, e logo na sua apresentação diz “São estas diretrizes que estabelecem a base nacional comum” (BRASIL, 2013, p. 4). A seguir, as DCN apresentam claramente o seu objetivo quanto ao estabelecimento de um documento norteador de currículo comum para as diferentes etapas.

Neste sentido, as Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais para a Educação Básica visam estabelecer **bases comuns nacionais** para a Educação Infantil, o Ensino Fundamental e o Ensino Médio, bem como para as modalidades com que podem se apresentar, a partir das quais os sistemas federal, estaduais, distrital e municipais, por suas competências próprias e complementares, formularão as suas orientações assegurando a integração curricular das três etapas sequentes desse nível da escolarização, essencialmente para compor um todo orgânico (BRASIL, 2013, p. 8, grifo nosso)

Caminhamos agora para o último marco legal com vistas à elaboração da BNCC que é a instituição do Plano Nacional de Educação (PNE), através da lei nº 13.005 de 2014⁷, no qual constam vinte metas a serem atingidas até 2024 e cujo objetivo é a melhoria da qualidade da educação. Nesse contexto, em 2015 a BNCC começa a ser escrita e em 2017 é finalizada e publicada.

A BNCC é homologada em sua quarta versão. Contudo sua construção não se deu de forma pacífica. Houve protestos populares por todo o país e muitas críticas por parte de especialistas e estudiosos especialmente no tocante à maneira como foi posta, ou imposta, pois mesmo o governo da época afirmando haver participação e diálogo com a sociedade, autores como Passos e Nacarato (2018) e Rolkouski (2018) afirmam que tal participação ocorreu longe do campo acadêmico

⁷ Lei nº 13.005/2014 disponível em: <http://pne.mec.gov.br/18-planos-subnacionais-de-educacao/543-plano-nacional-de-educacao-lei-n-13-005-2014>. Acesso em: 28 dez. 2020.

dando lugar a entidades e fundações que comungavam com as políticas do novo governo empossado, após o *impeachment* de 2016.

De acordo com Passos e Nacarato (2018, p. 124) o documento nasceu conturbado “pois foram organizadas comissões para apresentação de subsídios para tal elaboração, mas os representantes dessas comissões não foram, necessariamente, indicados pelas respectivas associações científicas”. As autoras traçam uma retrospectiva das versões que antecederam à última e apontam que, mesmo havendo uma tímida participação de especialistas na área da educação matemática na primeira versão, bem como pouco engajamento popular na segunda, a que hoje conhecemos descende da terceira. Essa por sua vez tem como característica a substituição da equipe elaboradora por especialistas convidados, bem como por grupos empresariais que ficaram com a tarefa de pensar, elaborar tal documento e encaminhá-lo ao Conselho Nacional de Educação (CNE), que após algumas alterações homologou a BNCC em 2017 (PASSOS; NACARATO, 2018).

Rolkouski (2018) discute sobre o processo de elaboração da BNCC ao nos dizer que o afastamento das discussões da BNCC do âmbito acadêmico é notório. Tal afirmação decorre do fato da existência de um movimento de apoio a esse documento, movimento esse que congrega representantes de fundações e institutos. Como exemplo, o autor cita o *Movimento pela Base Nacional Comum*, que através da criação de um *site* visou colher sugestões das diversas esferas envolvidas. Todavia, o autor assinala que tais aproximações serviram para deixar esse documento adequado não só para as políticas do novo governo empossado, mas também aos grupos empresariais que apoiavam a formulação da Base.

Uma dessas aproximações das quais o autor refere-se diz respeito ao Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Anísio Teixeira (INEP). Nesse caso, a preocupação do autor relaciona-se ao fato da Base Nacional Comum Curricular voltar-se para atender aos preceitos das avaliações externas em larga escala, na medida em que aponta apenas as habilidades mínimas exigidas em cada ano escolar, aproximando-se assim, de forma sutil, das matrizes de referências das avaliações externas (ROLKOUSKI, 2018).

Ornellas e Silva (2019) corroboram com a discussão acerca dos grupos empresariais envolvidos na elaboração da última versão da BNCC ao afirmarem que

Ela também teve como 'colaboradores' grupos de entidades privadas, como: Itaú, Unibanco, Bradesco, Santander, Gerdau, Natura, Fundação Victor Civita, Fundação Roberto Marinho, Camargo Corrêa, Fundação Lehmann e Todos pela Educação e Amigos da Escola (ORNELLAS; SILVA, 2019, p. 322).

O carro-chefe da Base que são as dez competências gerais, as quais perpassam por toda a educação básica, como exposto na Figura 4.

Figura 4 - As dez competências gerais da BNCC



Fonte: <http://inep80anos.inep.gov.br/inep80anos/futuro/novas-competencias-da-base-nacional-comum-curricular-bncc/79>.

Ressaltamos que tais competências são comuns em todas as etapas da educação básica, conservando o grau de complexidade específico que cada etapa tem de acordo com o público que atende. A BNCC defende que a orientação dos currículos e as decisões pedagógicas devem estar voltadas para o desenvolvimento de competências.

A adoção do conceito de competência apresenta-se como outra característica alvo de críticas. Essas vêm na perspectiva de que, ao adotar como referência no processo de aprendizagem, o desenvolvimento de competência, a BNCC estaria

indo ao encontro dos interesses empresariais, conforme discutem Ornellas e Silva (2019).

Tendo em vista que a BNCC entende competência como “a mobilização de conhecimentos (conceitos e procedimentos), habilidades (práticas, cognitivas e socioemocionais), atitudes e valores para resolver demandas complexas da vida cotidiana, do pleno exercício da cidadania e do mundo do trabalho” (BRASIL, 2017, p. 8), trazemos as definições de competência apontadas por Vergnaud (2019). De acordo com o autor, competência pode estar ligada a uma noção de comparação levando em conta duas perspectivas: diferencial ou de desenvolvimento. Segundo o autor, “**Diferencial:** A é mais competente do que B se ele sabe fazer algo que B não sabe fazer. **Desenvolvimento:** A é mais competente no tempo t' que no tempo t se ele sabe fazer aquilo que ele não sabia fazer” (VERGNAUD, 2019, p. 5-6, grifo nosso). Ademais, o autor apresenta-nos outras definições ao tomar como referência a atividade do sujeito em si.

A é mais competente se ele se posiciona de uma maneira melhor.
A é mais competente se ele dispõe de um repertório de recursos alternativos que lhe permitem adaptar sua conduta em diferentes situações que possam surgir.
A é mais competente se ele é menos impotente diante de uma situação nova (VERGNAUD, 2019, p. 6).

Apresentamos o conceito de competência em Vergnaud a título de refletirmos a concepção de competência sobre outra ótica, ou seja, sobre a perspectiva do desenvolvimento humano a partir do próprio indivíduo.

Visando referendar o currículo por competências, a BNCC cita que as avaliações internacionais de organismos como a Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE) e a Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura (UNESCO, sigla em inglês), que trabalham com o Programa Internacional de Avaliação de Alunos (PISA, sigla em inglês) e com o Laboratório Latino-americano de Avaliação da Qualidade da Educação para a América Latina (LLECE, sigla em espanhol), respectivamente, adotam o conceito de competência em suas avaliações. Ornellas e Silva (2019) destacam o papel desses organismos na elaboração dos currículos.

É interessante chamar atenção para o fato de que indicadores internacionais como do Programa Internacional de Avaliação dos

Estudantes (PISA) têm prescrito os propósitos para a educação mundial através de políticas públicas de ordenação e regulação, que objetivam resultados e metas (ORNELLAS; SILVA, 2019, p. 322).

Sobre a adoção de competência, as referidas autoras apresentam as concepções de Michael Young a respeito de currículo e uma de suas ideias centrais diz que “o currículo [...] deve ser para promover o desenvolvimento intelectual dos estudantes. Sendo que o suporte para este desenvolvimento advém dos conceitos estabelecidos nas disciplinas escolares, e não em competências ou habilidades, por exemplo” (YOUNG, 1971, 2000 *apud* ORNELLAS; SILVA, 2019, p. 311). Neste sentido, a perspectiva de currículo estaria voltada para o conhecimento advindo das disciplinas escolares.

Outro aspecto pontuado pelas autoras diz respeito à forma como as habilidades são apresentadas, uma vez que trazem um código alfanumérico identificando cada habilidade, conforme mostra a Figura 5. Por sua vez, cada letra e número correspondem a uma informação, como mostra a Figura 6.

Figura 5 - Exemplo do código apresentado em cada habilidade da BNCC

HABILIDADES
(EF01MA01) Utilizar números naturais como indicador de quantidade ou de ordem em diferentes situações cotidianas e reconhecer situações em que os números não indicam contagem nem ordem, mas sim código de identificação.

Fonte: Brasil (2017).

Figura 6 - Significado do código alfanumérico das habilidades da BNCC



Fonte: Brasil (2017).

Para Ornellas e Silva (2019) essa característica comunga com uma perspectiva de um possível alinhamento da BNCC com as orientações das organizações acima citadas no sentido da adoção do paradigma das competências. As autoras afirmam ainda que “Também parece haver certa consonância entre as dez competências gerais da BNCC com as competências globais estipuladas pelo PISA 2018” (ORNELLAS; SILVA, 2019, p. 322).

As reflexões pontuadas sobre a Base Nacional Comum Curricular ensejam uma percepção mais crítica quanto a esse documento. Concordamos com os autores citados no sentido de a BNCC ter sido um documento elaborado com vistas a atender uma demanda mais voltada aos anseios do mundo do trabalho e de organizações empresariais do que propriamente promover uma educação efetivamente de melhor qualidade para nossos estudantes.

Apesar das discussões acima pontuadas, entendemos a BNCC como o documento que fundamenta e norteia a elaboração dos currículos nos sistemas de ensinos públicos e privados. Não obstante, além de apresentar proximidade com as políticas de avaliação, também servirá de referência para a formação dos professores, como nos indicam Ornellas e Silva (2019).

Importa destacamos que a Base Nacional Comum Curricular está organizada em cinco áreas do conhecimento, e nessas áreas estão contidos os componentes curriculares. Apresentamos, no Quadro 2, os componentes curriculares que compõem as áreas do conhecimento pertencentes aos anos iniciais do ensino fundamental.

Quadro 2 - Distribuição dos componentes curriculares nas áreas do conhecimento

Áreas do conhecimento	Componentes curriculares
Linguagens	Língua Portuguesa, Arte e Educação Física
Matemática	Matemática
Ciências da Natureza	Ciências
Ciências Humanas	Geografia e História
Ensino Religioso	Ensino Religioso

Fonte: elaborado pela autora.

Para cada componente curricular foram estabelecidas as competências específicas que os estudantes devem desenvolver ao longo do ensino fundamental e do ensino médio. De modo a garantir o desenvolvimento de tais competências, foram elencados conjuntos de habilidades que estão relacionados às unidades temáticas e essas, por sua vez, trazem os objetos de conhecimento entendidos como conteúdos, conceitos e processos. (BRASIL, 2017, p. 28).

Na próxima seção objetivamos refletir e discutir sobre como o componente curricular Matemática é abordado na BNCC. Deter-nos-emos em específico na unidade temática *Números*.

2.2.2.1 A matemática na Base Nacional Comum Curricular

Após breve retrospectiva acerca do contexto no qual foi elaborada a Base Nacional Comum Curricular, passemos a analisar a área da matemática nos anos iniciais do ensino fundamental. Daremos especial atenção à discussão no tocante à maneira como os conteúdos, as habilidades e as competências foram propostos na BNCC.

O componente curricular Matemática é composto por cinco unidades temáticas: Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas e Probabilidade e Estatística. De modo particular, discutiremos nesse estudo a unidade temática Números, dos anos iniciais do ensino fundamental, uma vez que nela encontram-se

as habilidades pertinentes à resolução de problemas, o campo epistêmico de nosso estudo.

De acordo com a Base Nacional Comum Curricular, a unidade temática Números tem como finalidade

desenvolver o pensamento numérico, que implica o conhecimento de maneiras de quantificar atributos de objetos e de julgar e interpretar argumentos baseados em quantidades. No processo da construção da noção de número, os alunos precisam desenvolver, entre outras, as ideias de aproximação, proporcionalidade, equivalência e ordem, noções fundamentais da Matemática (BRASIL, 2017, p. 268).

Especificamente em relação aos anos iniciais a BNCC afirma que a expectativa é que

os alunos resolvam problemas com números naturais e números racionais cuja representação decimal é finita, envolvendo diferentes significados das operações, argumentem e justifiquem os procedimentos utilizados para a resolução e avaliem a plausibilidade dos resultados encontrados. No tocante aos cálculos, espera-se que os alunos desenvolvam diferentes estratégias para a obtenção dos resultados, sobretudo por estimativa e cálculo mental, além de algoritmos e uso de calculadoras (BRASIL, 2017, p. 268).

Com vistas à consecução de tais expectativas foram selecionados trinta e oito objetos de conhecimento (conteúdos, conceitos e processos,) que se relacionam a quarenta e quatro habilidades, distribuídos ao longo dos cinco primeiros anos do ensino fundamental, como apresentado na Tabela 2 abaixo.

Tabela 2 - Distribuição do quantitativo de objetos de conhecimento e habilidades da unidade temática Números

Ano escolar	Quantidade de objetos de conhecimento	Quantidade de habilidades
1º	09	08
2º	06	08
3º	08	09
4º	07	10
5º	08	09
Total	38	44

Fonte: elaborada pela autora.

Interessante destacar que ao analisarmos as habilidades dessa unidade temática em especial, deparamo-nos com o que a BNCC propõe ao afirmar que, com o enfoque nas competências, esse documento dá indicações claras “do que os

alunos precisam ‘saber’ [...] e, sobretudo, do que devem ‘saber fazer’ [...]” (BRASIL, 2017, p. 13). Para exemplificarmos o que estamos chamando atenção, observemos o Quadro 3.

Quadro 3 - Verbos presentes nas habilidades da unidade temática Números

Ano escolar	Verbs indicativos das habilidades	Quantidade
1º	Utilizar, contar, estimar, comparar, construir, compor, decompor, resolver e elaborar.	09
2º	Comparar, estimar, compor, decompor, construir, resolver e elaborar.	07
3º	Ler, escrever, comparar, identificar, construir, utilizar, relacionar, resolver, elaborar e associar.	10
4º	Ler, escrever, ordenar, mostrar, resolver, elaborar, utilizar e reconhecer.	08
5º	Ler, escrever, ordenar, identificar, representar, comparar, ordenar, associar, resolver e elaborar.	10
Total		44

Fonte: elaborada pela autora.

A partir do exposto podemos entender o que significa “saber fazer”, pois, no caso das habilidades dessa unidade temática, todas elas indicam o que os estudantes devem aprender a fazer. Neste sentido, concordamos com as autoras Ornellas e Silva (2019, p. 322), ao destacarem Duarte (2004), sobre as “pedagogias do aprender a aprender” cuja inspiração advém do *Relatório para a UNESCO da Comissão Internacional sobre Educação para o século XXI* de 1998 cujo objetivo é desenvolver no cidadão a capacidade de resolver problemas no dia-a-dia. De acordo com o mencionado relatório, a educação teria então a incumbência de “[...] proporcionar as condições para aprender a aprender, com base em quatro pilares: aprender a ser, aprender a conhecer, aprender a fazer, aprender a viver juntos” (DELORS, 1998, p. 101 *apud* ORNELLAS; SILVA, 2019, p. 322). As autoras destacam que tais preceitos decorrem da influência que o Banco Mundial teve na elaboração de documentos curriculares nos anos 1990.

Outro aspecto apresentado pela tabela acima diz respeito à continuidade, ou ao processo, na medida em que algumas habilidades repetem-se ano a ano ampliando o grau de complexidade. Nesse sentido, encontramos em Vergnaud (2018) uma referência para fundamentar tal característica, pois de acordo com o autor, para aprender um conceito, a criança precisa de tempo e de situações

diversas. A habilidade de comparar, por exemplo, perpassa por quase todos os anos, excetuando o quarto ano, como vimos no Quadro 3.

Ao analisarmos mais atentamente a unidade temática Números, delimitando o objeto de estudo dessa pesquisa (os problemas de adição e subtração), destacamos abaixo os objetos de conhecimento e as habilidades presentes em cada ano escolar do ensino fundamental, anos iniciais, conforme mostram os Quadros 4 e 5, respectivamente.

Quadro 4 - Objetos de conhecimento envolvendo resolução de problemas de adição e de subtração

Ano	Objetos de conhecimento
1º	Problemas envolvendo diferentes significados da adição e da subtração (juntar, acrescentar, separar, retirar).
2º	Problemas envolvendo diferentes significados da adição e da subtração (juntar, acrescentar, separar, retirar).
3º	Problemas envolvendo significados da adição e da subtração: juntar, acrescentar, separar, retirar, comparar e completar quantidades.
4º	Propriedades das operações para o desenvolvimento de diferentes estratégias de cálculo com números naturais.
5º	Problemas: adição e subtração de números naturais e números racionais cuja representação decimal é finita.

Fonte: elaborado pela autora.

Quadro 5 - Habilidades por ano escolar envolvendo os problemas de adição e de subtração

continua

Ano	Habilidade
1º	(EF01MA08) Resolver e elaborar problemas de adição e de subtração, envolvendo números de até dois algarismos, com os significados de juntar, acrescentar, separar e retirar, com o suporte de imagens e/ou material manipulável, utilizando estratégias e formas de registro pessoais.
2º	(EF02MA06) Resolver e elaborar problemas de adição e de subtração, envolvendo números de até três ordens, com os significados de juntar, acrescentar, separar, retirar, utilizando estratégias pessoais ou convencionais.
3º	(EF03MA05) Utilizar diferentes procedimentos de cálculo mental e escrito para resolver problemas significativos envolvendo adição e subtração com números naturais. (EF03MA06) Resolver e elaborar problemas de adição e subtração com os significados de juntar, acrescentar, separar, retirar, comparar e completar quantidades, utilizando diferentes estratégias de cálculo exato ou aproximado, incluindo cálculo mental.
4º	(EF04MA03) Resolver e elaborar problemas com números naturais envolvendo adição e subtração, utilizando estratégias diversas, como

	cálculo, cálculo mental e algoritmos, além de fazer estimativas do resultado.
5º	(EF05MA07) Resolver e elaborar problemas de adição e subtração com números naturais e com números racionais, cuja representação decimal seja finita, utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos.

Fonte: elaborado pela autora.

Ao analisarmos os quadros acima, observamos que, tanto em relação aos objetos de conhecimento quanto em relação às habilidades propostas, há uma sequência e progressão no tocante à complexidade ao longo dos cinco anos, conforme ratifica o excerto a seguir: “Em todas as unidades temáticas, a delimitação dos objetos de conhecimento e das habilidades considera que as noções matemáticas são retomadas, ampliadas e aprofundadas ano a ano” (BRASIL, 2017 p. 276). Contudo, Rolkouski (2018) chama-nos a atenção ao afirmar que há certa limitação quanto ao que pode ser apresentado aos estudantes uma vez que a BNCC aproxima-se dos descritores das avaliações externas ao elencar habilidades para contemplar os objetos de conhecimento, também provocou “[...] a redução do trabalho pedagógico àquilo que poderá ser medido [...]” (ROLKOUSKI, 2018, p. 129).

Após apresentarmos brevemente a Base Nacional Comum Curricular, finalizamos com uma reflexão em relação a um documento cujo cerne está no desenvolvimento de habilidades. De acordo com Ornellas e Silva (2019), o viés desse documento está na manutenção do domínio das classes dominantes, pois “[...] os conteúdos são fundamentais e, sem conteúdos relevantes, conteúdos significativos, a aprendizagem deixa de existir, ela se transforma num arremedo, ela se transforma numa farsa” (SAVIANI, 2006, p. 61 *apud* ORNELLAS; SILVA, 2019, p. 323). Concordamos com os autores e acreditamos que, por meio de reflexões, críticas e sugestões, podemos ampliar as possibilidades dos estudantes a uma educação verdadeiramente libertadora.

A próxima seção é relativa à fundamentação teórica. Nela, serão abordadas as teorias epistemológica e metodológica que embasam este trabalho acadêmico com vista à consecução dos objetivos propostos.

3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA E METODOLÓGICA

Apresentamos nesta seção as teorias que fundamentam nosso trabalho. Iniciamos com Teoria das Situações Didáticas (TSD) de Guy Brousseau e a Teoria dos Campos Conceituais (TCC) de Gérard Vergnaud. A fim de ampliarmos nossas discussões valemo-nos de outros autores tais como Almouloud (2007) e Magina *et al.* (2001). Em relação à abordagem metodológica optamos pela Engenharia Didática com ênfase na Engenharia Didática de Formação, também chamada de 2ª geração, que dentre os expoentes estão Michéle Artigue e Perrin-Glorian, respectivamente. A fim de complementarmos as reflexões quanto à metodologia elencamos outros estudiosos tais como Almouloud (2007, 2012) e Alves (2016, 2018).

3.1 Teoria das Situações Didáticas (TSD)

Registramos que o surgimento da Teoria das Situações Didáticas (TSD) decorre do movimento iniciado na década de 60, na França, interessado em investigar as questões do ensino e da aprendizagem. Estudos voltados para a didática da matemática multiplicaram-se pela França, e posteriormente chegando a outros países, como o Brasil, por exemplo.

Teixeira e Passos (2013, p.156) definem didática “como a ciência ou a arte do ensino”. De acordo com os autores, “Brousseau (1986) define a Didática como uma relação específica entre conteúdos de ensino, a maneira como os alunos adquirem conhecimentos e os métodos” (*ibidem*, p. 156-157).

A TSD tem seus primeiros acenos no ano de 1970, com um dos mais importantes pesquisadores na área da didática da matemática, o pesquisador francês Guy Brousseau. Ao longo dos anos, Brousseau debruça-se em estudos de modo a elaborar um quadro teórico coerente e pertinente na área da matemática, especificamente do ensino da matemática, o qual vem sendo amplamente utilizado em pesquisas que envolvem os processos de ensino e de aprendizagem. De acordo com Almouloud (2007, p. 31), o objetivo da TSD é “[...] criar um modelo de interação entre aprendiz, saber e o *milieu* (meio) no qual a aprendizagem deve se desenrolar”. Portanto, o objeto central dessa teoria não é o sujeito “mas a situação didática na

qual são identificadas as interações estabelecidas entre professor, aluno e saber” (*ibidem*, p. 31-32).

Nesse sentido, uma das primeiras preocupações de Brousseau (2008) foi provocar reflexões quanto ao conteúdo e aos métodos educacionais, pois diferente das teorias cognitivistas, a TSD interessa-se pelo meio (*milieu*) em que a aprendizagem acontece. Nesse sentido, o autor apresenta-nos uma de suas primeiras inquietações “[...] que condições podem ser propiciadas para que um sujeito qualquer tenha a necessidade de um conhecimento matemático determinado para tomar certas decisões?” (BROUSSEAU, 2008, p. 18). Notemos que sua inquietação volta-se para as condições, ou seja, para o *milieu*, em que um conhecimento matemático pode ser desenvolvido, evidenciado.

Essas condições estão diretamente relacionadas às situações e, na perspectiva brousseauiana, situação significa “o modelo de interação de um sujeito com um meio específico que determina um certo conhecimento, como o recurso de que o sujeito dispõe para alcançar ou conservar, nesse meio, um estado favorável” (BROUSSEAU, 2008, p. 19). Merece destaque o termo “meio” utilizado pelo autor, pois de acordo com ele “Consideramos o *meio* como um subsistema autônomo, antagônico ao sujeito” (*ibidem*, p. 21, grifo do autor). Importa salientarmos que esse meio é modelado pelas situações adidáticas e que ele fornece *feedback* aos estudantes a partir das suas ações (PERRIN-GLORIAN; BELLEMAIN, 2019).

Outra concepção que sofreu forte interferência da TSD foi a noção de situação didática. A partir dos estudos e das pesquisas, Brousseau (2008) elabora um conceito e assim considera situação didática como sendo “todo o contexto que cerca o aluno, nele incluídos o professor e o sistema educacional” (*ibidem*, p. 21). O contexto no qual o estudante está inserido é, portanto, o objeto da modelação. Será nesse contexto, nesse *milieu*, onde ocorrerá a aprendizagem, uma vez que ela decorre da adaptação que o sujeito faz, tendo como ponto inicial a assimilação do meio (BROUSSEAU, 2008). Importa salientarmos que tal assimilação decorre do papel ativo do estudante em seu processo de aprendizagem, sem que haja intervenções por parte do professor.

Quanto à aprendizagem em situação didática, Brousseau chama-nos a atenção no sentido de que algumas situações de aprendizagem decorrem a partir da mobilização de conhecimentos anteriores, porém “[...] há outras situações que dão ao sujeito a possibilidade de construir, por si mesmo, um conhecimento novo em um

processo de gênese artificial” (BROUSSEAU, 2008, p. 19-20). Interessante destacar que as situações são modeladas a partir do comportamento dos estudantes. São eles, a partir das ações deles, que revelam a intencionalidade ou intensidade da situação proposta.

Brousseau (2008) compreende uma situação didática como um momento em que o estudante é posto para agir, atuar diretamente em seu processo de aprendizagem e ao docente cabe planejar e conduzir esse momento. Para tal, ele estabelece etapas, situações, pelas quais o estudante deve passar de modo que, ao final da experiência vivida, tenha alcançado um aprendizado. São elas: ação, formulação, validação e institucionalização. A primeira situação a qual o autor faz referência é a de ação. De acordo com ele, “atuar consiste em escolher diretamente os estados do meio antagonista em função de suas próprias motivações” (*ibidem*, p. 28). Nesse sentido, o estudante ao ser provocado com uma situação desafiadora agirá, em primeiro lugar, de acordo com os conhecimentos que já possui e, à medida que age, vai ajustando o meio. Considerando nossa pesquisa, na situação de ação, as docentes receberão a atividade proposta via aplicativo de mensagens e deverão resolvê-la, de início, de maneira individual, sem que haja algum tipo de pesquisa em *sites* da *internet* ou outras fontes, caracterizando a aceitação da atividade.

Na situação de formulação, o estudante é posto em contato com o outro (professor ou estudante) de modo a interagir e trocar informações. Nessa fase, de acordo com Almouloud (2007), é possível criar um modelo com conhecimentos antigos e novos. Importante destacar que nessa fase, por haver a necessidade de troca de informações, a clareza na linguagem, o modo de expressar-se, o vocabulário utilizado, são lançados mão. Para Brousseau (2008, p. 29) “A formulação dos conhecimentos envolve repertórios linguísticos (sintaxe e vocabulário) variados”. Tomando como referência a pesquisa deste trabalho, durante esta fase, as docentes deverão compartilhar suas respostas através do grupo de mensagens e oralmente explicitar sua resolução, de modo que as outras docentes possam discutir, contestar ou confirmar a resposta apresentada.

A terceira fase que compõe uma situação didática brousseauiana é a validação. Caracteriza-se pela tentativa de validar o que foi formulado anteriormente. É o momento em que “O aluno não só deve comunicar uma informação, como também precisa afirmar que o que diz é verdadeiro dentro de um sistema determinado. Deve sustentar sua opinião ou apresentar uma demonstração”

(BROUSSEAU, 2008, p. 27). Nesta fase os estudantes devem estar seguros sobre o que foi formulado, pois na medida em que apresenta sua validação outros colegas podem refutar sua explanação, fato esse que geraria um debate de informações, o que deixaria o meio em frutífera produção de conhecimento. Nesta fase, após as discussões realizadas anteriormente, as docentes do nosso estudo ratificarão suas respostas na tentativa de formalizar o saber.

A última fase da situação didática é a institucionalização. Ela deu-se em razão das vivências dos professores que desenvolviam tal metodologia. De acordo com Brousseau (2008), os docentes, após a fase de validação, sentiam que faltava algo, que era preciso ter um fechamento de tudo o que foi vivenciado. Com o intuito de promover uma consolidação do vivido, o autor estabeleceu essa última fase, que se configura pela fixação do novo saber e, de acordo com Almouloud (2007), fará parte do patrimônio matemático da classe. Frisamos que a fase de institucionalização em nossa pesquisa, dar-se-á na perspectiva da realização de uma formação docente cuja finalidade será fixar o saber adquirido a respeito dos problemas matemáticos do campo aditivo.

Ainda de acordo com Almouloud (2007), a fase de institucionalização requer atenção por parte do professor, pois

Se feita muito cedo, a institucionalização interrompe a construção do significado, impedindo uma aprendizagem adequada e produzindo dificuldades para o professor e os alunos; quando feita após o momento adequado, ela reforça interpretações inexatas, atrasa a aprendizagem, dificulta as aplicações; é negociada numa dialética (ALMOULOU, 2007, p. 40).

Nesse sentido, destacamos o importante papel do docente na condução de uma situação didática, pois cabe a ele tanto o bom planejamento (uma vez que seleciona conteúdos e habilidades a serem desenvolvidos) como a boa execução da situação de modo a efetivamente promover um aprendizado significativo aos estudantes.

Outro aspecto pertinente da TSD diz respeito à condução da situação didática, devendo para isso ser firmado um contrato, chamado por Brousseau de contrato didático.

Então a relação é formada a qual determina - explicitamente até certo ponto, mas principalmente implicitamente - o que cada parceiro, o professor

e o estudante, terá a responsabilidade de gerenciar e, de alguma forma ou outra, e ser responsável por outra pessoa. Esse sistema de obrigações recíprocas parece um contrato (BROUSSEAU, 2002, p. 31)⁸.

Esse contrato deve ser explicitado antes do desenvolvimento da situação, pois ele possibilita que cada um dos envolvidos saiba o que o outro irá fazer, ou seja, o professor prepara e realiza a situação enquanto o estudante resolve as questões que lhe foram postas. Esses comportamentos esperados de cada um dos envolvidos é o contrato didático (BROUSSEAU, 2008). Tomando como exemplo nossa pesquisa, o contrato didático deu-se na medida em que explicitamos a dinâmica da metodologia, na qual os participantes tinham seus papéis, e solicitamos às docentes absterem-se de fazer consulta sobre a temática em *sites da internet*.

A partir do exposto, é possível perceber que a TSD coaduna com os objetivos propostos neste trabalho, uma vez que compreende o papel de protagonista que o estudante assume no seu processo de aprendizado.

Na próxima seção adentramos na teoria que norteia nosso estudo acerca dos problemas matemáticos de adição e subtração: a Teoria dos Campos Conceituais.

3.2 Teoria dos Campos Conceituais (TCC)

Nesta seção trazemos para as reflexões propostas nesse trabalho a teoria de Gérard Vergnaud. Apresentaremos suas concepções e o diálogo com outros autores, em especial Magina *et al.* (2001), Moreira (2002) e Etcheverria (2014), de modo a enriquecer nossa discussão.

3.2.1 A Teoria dos Campos Conceituais

A matemática tem sido objeto de estudo por várias décadas. Muitos são os estudiosos que direcionaram suas pesquisas para essa área do conhecimento a fim de melhor compreender os fenômenos existentes no tocante ao ensino e à aprendizagem. Destacamos em especial os estudos desenvolvidos pela escola

⁸ Tradução nossa. Texto original: Then a relationship is formed which determines—explicitly to some extent, but mainly implicitly—what each partner, the teacher and the student, will have the responsibility for managing and, in some way or other, be responsible to the other person for. This system of reciprocal obligation resembles a contract.

francesa, através de nomes como Guy Brousseau, Gérard Vergnaud, Michèle Artigue, entre outros, influenciados pela perspectiva epistemológica do conhecimento, tendo Jean Piaget (1896 - 1980) como seu grande expoente. Alves (2016a) pontua que o movimento nascido na França, a partir da década de 60, deu origem à chamada Didática da Matemática (DM), cujas teorias subjacentes sobre obstáculos epistemológicos, situações didáticas, engenharia didática, entre outras, surgiram fortalecendo e consolidando cada vez mais a vertente francesa enquanto campo de pesquisa. Os franceses preocuparam-se com o nível de desenvolvimento dos estudantes em relação à matemática. Observaram que os professores também passavam por dificuldades, pois não sabiam ao certo o que ensinar nem como ensinar.

A matemática tem despontado cada vez mais enquanto objeto de estudo, seja ela aplicada ou voltada para o ambiente escolar. Partindo de nosso interesse neste trabalho, deter-nos-emos à matemática no contexto escolar. Nesse sentido, nosso olhar volta-se para os processos de ensino e de aprendizagem.

Na década de 60 inicia-se um movimento de questionamentos acerca do ensinar e do aprender Matemática, uma vez que a concepção de educação vigente era voltada a atender os dogmas matemáticos e os estudantes deveriam apenas reproduzir tais conhecimentos. Neste sentido, inferimos que os estudantes tinham um papel bastante passivo em seu processo de aprendizagem, não sendo possível aos docentes constatarem quais os conhecimentos já adquiridos pelos alunos, uma vez que a eles caberia apenas reproduzir o conhecimento.

Contudo, essa concepção educacional não dava conta em responder aos anseios de uma nova compreensão da matemática. De acordo com Alves (2016a), a fim de contribuir com uma nova forma de ensinar e de aprender matemática, documentos pedagógicos são produzidos com o intuito de revisarem hábitos e rotinas didáticas. Entretanto, tais documentos foram insuficientes para sanar os problemas didáticos ainda presentes nas salas de aula. Em relação a tal aspecto, Douady (1995a *apud* ALVES, 2016a, p. 134) nos diz que

Existia uma grande incerteza, por parte dos professores, porque os mesmos não sabiam o que deviam ensinar e tampouco sabiam que liberdade de ação se concederia ao aluno. Se encontravam bloqueados entre as várias alternativas.

Vemos que tais conflitos repercutiram nas salas de aula, afetando também os discentes. Ainda de acordo com a autora os estudantes “[...] não sabiam se respeitavam a norma e replicavam exatamente o escrito no papel, sem tentar compreender; ou se desejavam compreender, não podiam respeitar as exigências do professor” (DOUADY, 1995a, p. 4 *apud* ALVES, 2016a, p. 135).

Nesse sentido, a Didática da Matemática (DM) assume papel importante no tocante ao desenvolvimento de conceitos e teorias matemáticas, como afirma Pais.

A didática da matemática é uma das tendências da grande área de educação matemática, cujo objeto de estudo é a elaboração de conceitos e teorias que sejam compatíveis com a especificidade educacional do saber escolar matemático, procurando manter fortes vínculos com a formação de conceitos matemáticos, tanto em nível experimental da prática pedagógica, como no território teórico da pesquisa acadêmica (PAIS, 2002, p. 11).

Como mencionado pelo autor, o objeto de estudo da Didática da Matemática é a elaboração de conceitos e de teorias que contemplem o ambiente escolar, tanto em relação aos processos pertinentes da sala de aula como em relação às pesquisas educacionais. É nesse contexto de estudos pertinentes ao ambiente escolar, aos processos de ensinar e de aprender, que a DM despertou, e continua despertando, o interesse de tantos pesquisadores e estudiosos apaixonados pela Matemática e por seus reflexos na sociedade. Considerando a relevância dos estudos e das teorias francesas, uma delas em especial fundamentará nosso trabalho: a Teoria dos Campos Conceituais, de Gérard Vergnaud.

Gérard Vergnaud nasceu em 08 de fevereiro de 1933 na França e faleceu em 06 de junho de 2021. Estudou matemática, filosofia e psicologia. Foi doutor em Psicologia. Vergnaud dirigiu o Centro Nacional de Pesquisa Científica da França. Em seu currículo consta da oportunidade de ter sido orientado por Jean Piaget, que desenvolvia pesquisas de cunho epistemológico nas quais objetivava compreender o desenvolvimento do conhecimento. Para Piaget

[...] o problema específico da epistemologia genética é, com efeito, o do desenvolvimento dos conhecimentos, ou seja, o da passagem de um conhecimento menos bom ou mais pobre para um saber mais rico (em compreensão e em extensão) (PIAGET, 2002, p. 4).

Tendo em vista as pesquisas piagetianas elencarem como objeto de estudo o desenvolvimento do conhecimento, Vergnaud (2005) considerou que havia lacunas

a serem preenchidas, na medida em que Piaget considerava o aspecto biológico mais relevante, e por esse motivo intentou investigar o conteúdo do conhecimento. Vergnaud argumentou que embora Piaget tenha feito um trabalho muito importante para a educação, ele não trabalhou dentro da sala de aula ensinando matemática e ciências. Não obstante, reconhece a importância da teoria de seu mestre no tocante às ideias de adaptação, desequilíbrio e reequilíbrio, e principalmente ao conceito de esquema (MOREIRA, 2002).

Tal conceito é uma das palavras-chave da teoria de Vergnaud, pois é a partir dele que se investigam os conhecimentos já consolidados. De acordo com Vergnaud (1993, p. 2), esquema é “a organização invariante do comportamento para uma classe de situações dada”. Ainda para o autor, “É nos esquemas que se devem pesquisar os conhecimentos-em-ação do sujeito, isto é, os elementos cognitivos que fazem com que a ação do sujeito seja operatória” (*ibidem*, p. 2). Portanto, a partir das situações propostas é possível observar como os sujeitos agem e em que medida essas situações possibilitam novos conhecimentos.

Vergnaud (1993) afirma existirem duas classes de situações: as que o sujeito já dispõe de competências para resolvê-las; e as que o sujeito ainda não desenvolveu as competências levando-o a um tempo maior de reflexão, podendo ocasionar sucesso ou fracasso. Para o autor, a primeira classe de situações gera um comportamento automatizado, uma vez que se organiza apenas em um esquema. Em contrapartida, a segunda classe de situações requer a utilização de vários esquemas, “[...] e que para atingir a solução desejada, devem ser acomodados, descombinados e recombinaos” (*ibidem*, p. 2).

Vergnaud, de acordo com Moreira (2002), interessou-se em investigar o sujeito em situações reais em contexto escolar. Além disso, ele volta sua teoria não somente para o conteúdo do conhecimento, mas para a análise conceitual do domínio desse conhecimento. Para Vergnaud (1982 *apud* MOREIRA, 2002) o conhecimento está organizado em campos, que são divididos a partir das características e dos conceitos que apresentam, e nesse sentido os classifica em campos conceituais, os quais demandam certo tempo, e experiências vividas, para serem apreendidos.

Em relação ao significado de conceito, Vergnaud (1996 *apud* ETCHEVERRIA, 2014) estabelece que um conceito é constituído pela relação entre três elementos: um conjunto de situações (S); um conjunto de invariantes (I), as quais vão dar

significação ao conceito; e um conjunto de representações simbólicas (R). Importa destacar que um conceito matemático será compreendido na medida em que esse seja abordado em variadas situações. Além disso, as situações exploradas devem contemplar mais de um conceito, uma vez que. “[...] a compreensão de um conceito matemático, por mais simples que seja, não emerge apenas de um tipo de situação, assim como uma simples situação sempre envolve mais que um único conceito” (MAGINA *et al.*, 2001, p. 7).

As autoras explicitam tal aspecto relatando como exemplo o processo de aprendizagem de contagem por parte das crianças. De acordo com Magina *et al.* (2001), para uma criança aprender a contar, ou seja, desenvolver o conceito de contagem, ela vai precisar aprender ao menos outros dois conceitos: ordenação e correspondência um-a-um.

O conceito da ordenação relaciona-se ao fato da criança precisar “produzir nomes de números na mesma ordem a cada vez” (MAGINA *et al.*, 2001, p. 8). Desse fato decorre que, ao contar, a criança deve obedecer a uma única sequência (1, 2, 3, 4, etc.) sem que haja a possibilidade de alterá-la, pois caso contrário o número total de objetos contados poderá não corresponder à quantidade real.

Outro conceito, relacionado à contagem, que as autoras nos trazem é o de correspondência um-a-um. Significa dizer que, a cada objeto contado a criança deve falar o nome de um número da sequência numérica convencional, sem que haja repetição (MAGINA *et al.*, 2001, p. 8).

Tomando como referência o exemplo citado acima, no tocante aos conceitos existentes, para a compreensão de um conhecimento matemático, podemos compreender melhor o porquê da Teoria dos Campos Conceituais emergir a partir de situações-problemas, pois são elas que dão visibilidade aos conceitos matemáticos e definem os campos conceituais. De acordo com Magina *et al.* (2001, p. 11), Vergnaud diz que para falar em situação-problema deve-se considerar a representação e o conceito na situação-problema, bem como a situação-problema na formação do conceito.

A partir do conjunto de situações e dos conceitos nelas envolvidos, Vergnaud (1993) classificou as relações de base dos problemas matemáticos em dois campos conceituais: o das estruturas aditivas e o das estruturas multiplicativas.

O campo das estruturas aditivas envolve as operações de adição, de subtração ou as duas. Entretanto, para além das operações matemáticas, pois de

acordo com Vergnaud (2007) seria um erro reduzir a aritmética às operações matemáticas, a TCC apresenta situações nas quais é possível encontrar conceitos matemáticos, os quais destaca: “quantidades discretas e contínuas, medida, estado/transformação, comparação significado/significante, composição binária (medidas, transformações, relações), operação unitária, inversão, número natural/número relativo, posição/abscissa/valor algébrico” (VERGNAUD, 2019, p. 12).

Neste trabalho acadêmico abordaremos as estruturas aditivas na perspectiva dos problemas matemáticos cujas relações de composição, transformação e comparação estão presentes. Salientamos que os problemas matemáticos em questão serão retirados dos livros didáticos utilizados pelas docentes, sujeitos da pesquisa.

Em relação ao campo das estruturas multiplicativas, de acordo com Vergnaud (2019), assim como as estruturas aditivas, as estruturas multiplicativas também “formam uma rede de situações e conceitos, essenciais para analisar a longa duração do desenvolvimento e da aprendizagem de conhecimentos escolares. É um dos bons exemplos de ‘campo conceitual’ em aritmética ordinária” (VERGNAUD, 2019, p. 13). As situações desse campo envolvem a multiplicação ou a divisão. O autor aponta alguns conceitos e teoremas-em-ação envolvidos nas estruturas multiplicativas, os quais destaca: “análise dimensional, espaço vetorial; combinação linear e dependência, independência” (*ibidem*, p. 12). Ressaltamos, contudo, que neste estudo nosso foco dar-se-á no campo das estruturas aditivas, que serão mais detalhadas posteriormente no capítulo quatro.

Após apresentarmos as teorias que fundamentam nosso trabalho, passaremos agora à teoria que norteia nossa metodologia com vistas à contemplação dos objetivos propostos.

3.3 A Engenharia Didática e a Engenharia Didática de 2ª geração: o percurso metodológico

Esta seção destina-se à abordagem metodológica adotada neste trabalho. Valemo-nos da vertente francesa da Didática da Matemática a fim de atingirmos nossos objetivos. Nossa discussão segue à luz de Michèle Artigue (1988), Saddo Almouloud (2007, 2012), Alves (2016, 2018) entre outros.

3.3.1 Engenharia Didática

Nossa abordagem em relação a esta seção trata de um resgate histórico, no sentido de apresentarmos a engenharia clássica, uma vez que serviu de base para engenharias futuras (ALMOULOU; SILVA, 2012). Importa destacarmos que nosso trabalho tem como foco a formação docente, por esse motivo valer-nos-emos dos pressupostos da engenharia de formação, pois assentimos com seu caráter de complementariedade da engenharia clássica (ALVES, 2018). Importa destacarmos que a engenharia de formação será discutida na próxima seção.

De acordo com Almouloud e Silva (2012), a Engenharia Didática, também chamada de engenharia clássica, surgiu na Didática da Matemática no início dos anos oitenta, inicialmente com Chevallard e Brousseau e posteriormente com Michèle Artigue (1989), a qual coube estudar, desenvolver e disseminar essa nova metodologia de pesquisa.

De acordo com Almouloud e Coutinho (2008), Artigue (1988) sugere o termo engenharia como

uma forma de trabalho didático comparável ao trabalho do engenheiro que, para realizar um projeto, se apóia em conhecimentos científicos de seu domínio, aceita se submeter a um controle de tipo científico, mas ao mesmo tempo, é obrigado a trabalhar objetos mais complexos que os objetos depurados da ciência (ALMOULOU; COUTINHO, 2008, p. 65-66).

Neste sentido, o trabalho docente apoia-se em um processo de construção de conhecimentos e de desenvolvimento das melhores estratégias de ensino, tendo em vista a consolidação das competências e das habilidades dos estudantes.

Para Artigue, a Engenharia Didática “se caracteriza em primeiro lugar por um esquema experimental baseado em ‘realizações didáticas’ em sala de aula, ou seja, na concepção, realização, observação e análise das sequências de ensino” (ARTIGUE, 1988, pp. 285-286)⁹. Considerando a problemática e os objetivos

⁹ Vale ressaltarmos que, em virtude da impossibilidade de realização da pesquisa em sala de aula, em decorrência da pandemia de coronavírus, a observação da sala de aula não fará parte do nosso percurso metodológico. Ademais, adotamos neste trabalho as fases da ED em complementariedade à EDF.

propostos neste trabalho, compreendemos a ED como a metodologia de pesquisa que melhor se apresenta para a realização de nossa pesquisa.

De acordo com Almouloud e Silva (2012, p. 28), a engenharia didática agrega algumas características da pesquisa-ação “já que se desenvolvem nela situações de sala de aula onde o pesquisador é levado a descrever e analisar os resultados de sua aplicação, tomando os devidos cuidados em relação ao grau de generalidade dos resultados”. A partir de Gil (2008), assinalamos algumas características da pesquisa-ação que corroboram com o excerto anterior: envolvimento dos pesquisadores e pesquisados no processo de pesquisa, papel ativo do pesquisador na coleta, análise dos dados e interpretação dos dados, adota uma postura dialética na medida em que “procura captar os fenômenos históricos, caracterizados pelo constante devir” (GIL, 2008, p. 31).

A Engenharia Didática valoriza as práticas e experiências do professor, percebendo-o como um pesquisador em potencial, podendo “ser utilizada em pesquisas que estudam os processos de ensino e aprendizagem de um dado objeto matemático e, em particular, a elaboração de gêneses artificiais para um dado conceito” (ALMOULOU, 2007, p. 171). Neste sentido, a engenharia didática apresenta-se como uma metodologia importante quando a pesquisa aborda os conhecimentos matemáticos gerados dentro da sala de aula.

Dentro da engenharia, são concebidos dois níveis de investigação em termos de variáveis didáticas, que são: a macroengenharia e a microengenharia. De acordo com Alves (2016b, p. 70), a macroengenharia destina-se a dificuldades de ordem institucional e/ou metodológica, enquanto a microengenharia destina-se às pesquisas realizadas em sala de aula. Como explicita Artigue (1995 *apud* ALVES, 2016b) as microengenharias “são mais fáceis de desenvolver na prática”. Importa dizer que nossa pesquisa dar-se-á em nível de microengenharia, uma vez que serão realizadas situações didáticas em sala de aula.

Artigue (1988) pensou a engenharia didática dividida em quatro fases: (i) análises preliminares, (ii) concepção e análises *a priori*, (iii) experimentação e por fim (iv) análise *a posteriori* e a validação. Veremos agora mais detalhadamente cada uma.

De acordo com Almouloud e Silva (2012, p. 26), a fase de análises preliminares é caracterizada por “considerações sobre o quadro teórico didático geral e os conhecimentos já adquiridos sobre o assunto em questão”. Nesse âmbito,

os autores destacam que esta fase está relacionada às análises epistemológicas sobre o ensino, sobre as concepções, dificuldades e obstáculos dos estudantes, bem como à análise do campo das restrições, onde se deve situar a realização didática específica. Interessante notar que, para Artigue (1988), esta fase também se caracteriza pela flexibilização, uma vez que ao longo do processo o que foi visto em um primeiro momento pode ser revisto e modificado.

Na fase subsequente, concepção e análise *a priori*, a partir do que foi observado na fase anterior, o pesquisador “delimita certo número de variáveis pertinentes ao sistema sobre os quais o ensino pode atuar, chamadas de variáveis de comando (microdidáticas ou macrodidáticas)” (ALMOULOU; SILVA, 2012, p. 26). As variáveis, macro e micro, dizem respeito às escolhas tanto em um nível mais geral como mais específico. Conforme explicita Artigue (1988, p. 291), “as variáveis macro são concernentes à organização global da engenharia”. E ainda de acordo com a autora, as variáveis microdidáticas “dizem respeito à organização local de engenharia, ou seja, a organização de uma sessão ou fase” (*ibid*, p. 291).

Importante destacar que a análise *a priori* refere-se às situações didáticas e às situações-problemas planejadas. Nessa fase, acontecem as conjecturas a respeito dos comportamentos dos sujeitos da pesquisa no momento da situação didática, prevendo os conhecimentos já consolidados, bem como alguns entraves e/ou obstáculos epistemológicos¹⁰. De acordo com Almouloud (2007)

A análise *a priori* é importantíssima, pois de sua qualidade depende o sucesso da situação-problema; além disso, ela permite, ao professor, poder controlar a realização das atividades dos alunos, e, também, identificar e compreender os fatos observados. Assim, as conjecturas que vão aparecer poderão ser consideradas, e algumas poderão ser objeto de um debate científico (ALMOULOU, 2007, p. 176).

A terceira fase da engenharia clássica é marcada pela experimentação. É nesta fase que a situação didática pensada na fase anterior concretiza-se na sala de aula. Neste ponto da pesquisa temos a apresentação dos objetivos e das condições de sua realização, além do estabelecimento do contrato didático, e o registro das

¹⁰ De acordo com Bachelard (1996) obstáculos epistemológicos estão relacionados ao próprio ato de conhecer, pois nele surgem conflitos e lentidões, chegando ao ponto de estagnação ou até mesmo de regressão dos conhecimentos, e complementa afirmando “É aí que mostraremos causas de estagnação e até de regressão, detectaremos causas de inércia às quais daremos o nome de obstáculos epistemológicos” (BACHELARD, 1996, p.17).

observações feitas durante a execução da situação didática planejada (ALMOULOU; SILVA, 2012, p. 27).

Vale ressaltarmos que nesta fase a engenharia didática é complementada pela Teoria das Situações Didáticas, ou seja, os sujeitos vivenciam as fases da TSD: ação, formulação, validação e institucionalização. As três primeiras fases são consideradas situações adidáticas para os alunos e de acordo com Perrin-Glorian e Belleiman (2019, p. 56) “Uma situação adidática é modelada pelas interações de um ator com o meio. [...] é uma situação matemática que funciona de maneira não didática para o aluno graças a ação do mestre”.

A última fase da pesquisa, análise *a posteriori* e validação, trata da análise dos dados obtidos durante a experimentação, bem como de uma confrontação com as análises realizadas *a priori*.

A análise *a posteriori* de uma sessão é o conjunto de resultados que se pode tirar da exploração dos dados recolhidos e que contribuem para melhoria dos conhecimentos didáticos que se têm sobre as condições da transmissão do saber em jogo (ALMOULOU; COUTINHO, 2008, p. 68).

Os autores destacam que a análise *a posteriori* não é aleatória, pois tem como ponto de ancoragem a análise realizada *a priori*. O objetivo desta fase pesa na validação dos objetivos definidos e hipóteses formuladas na fase de análises *a priori* com vistas a estimar a “[...] reprodutibilidade e a regularidade dos fenômenos didáticos identificados” (ALMOULOU; COUTINHO, 2008, p. 68). Ressaltamos que a validação na engenharia didática é essencialmente interna, uma vez que não busca comparações fora do contexto estudado.

Destacamos que, pela característica da flexibilização, as fases da engenharia didática não são estanques e que em todas elas os procedimentos ou hipóteses podem ser modificados.

Após essa breve contextualização acerca de nossa teoria metodológica de base, adentramos agora na teoria que sustenta nossa pesquisa, uma vez que nossos sujeitos são docentes em efetivo exercício, a Engenharia Didática de Formação (EDF).

3.3.2 Engenharia Didática de Formação

A Engenharia Didática de Formação (EDF), também chamada de Engenharia Didática (ED) de 2ª geração, faz parte do movimento francês de efervescência acerca dos postulados sobre o ensino da matemática ocorridos nas décadas de 60, 70 e 80. A EDF surge com vistas a contemplar, ou complementar, a ED de 1ª geração, pois de acordo com Alves (2018), a primeira geração de engenharia dedicou-se à “modelização das atividades do estudante, seu progresso de aprendizagem e os elementos clássicos perspectivados no triângulo didático indicado por: estudante – professor – conhecimento” (ALVES, 2018, p. 49). No entanto, o papel do professor não foi levado em conta, uma vez que a teoria não abria espaço para tal (PERRIN-GLORIAN; BELLEMAIN, 2019).

Perrin-Glorian (2011 *apud* PERRIN-GLORIAN; BELLEMAIN, 2019, p. 73) afirma que a engenharia de segunda geração surge a partir da tentativa de definição de condições da engenharia didática de tal modo que fosse possível “produzir recursos para o ensino regular com vista à formação de professores e ao estudo do impacto que a investigação didática pode ter no ensino regular”. E complementa: “Segunda geração principalmente porque se baseia numa primeira engenharia didática, no sentido clássico, mas alarga o seu questionamento” (*ibidem*, p. 73).

Perrin-Glorian e Bellemain (2016 *apud* ALVES, 2018) nos apontam reflexão sobre o porquê de investigar o papel do professor em sala de aula. De acordo com eles,

O funcionamento da classe, o papel do professor diante de tal funcionamento, os conhecimentos reais dos estudantes se apresentam como variáveis impossíveis de se negligenciar. Nós fomos, então, escolher estudar, ao mesmo tempo, as características da classe e as características gerais do papel do professor, particularmente visível neste tipo de classe [...] (PERRIN-GLORIAN *[sic]*; BELLEMAIN, 2016, p. 36 *apud* ALVES, 2018, p. 50).

Marie-Jeanne Perrin-Glorian foi a responsável em expandir as pesquisas em engenharia didática voltadas para o papel do professor. Tais pesquisas baseavam-se em Artigue (1988), contudo seu objetivo estava voltado para “[...] o desenvolvimento de recursos (ou objeto de aprendizagem) para o ensino regular, ou a formação de professores” (PERRIN-GLORIAN, 2009 *apud* ALMOULOU; SILVA, 2012, p. 28).

A partir desse ponto observamos a complementaridade das duas engenharias, ao mesmo tempo em que os objetivos as distinguem em Engenharia

Didática de Desenvolvimento (ou Formação) e Engenharia Didática de Pesquisa (ou de 1ª geração), conforme nos aponta Artigue (2015 *apud* ALVES, 2018) no excerto a seguir.

Esta distinção introduzida por Perrin-Glorian está relacionada com este assunto e considero-a porque pode afetar uma visão da Engenharia Didática – ED como uma metodologia de pesquisa. Contrastando a Engenharia Didática de Pesquisa e a Engenharia Didática de Desenvolvimento, Perrin-Glorian comparou os níveis teóricos de controle em relação que as duas formas de ED implicam. Ela enfatizou que, em ambos os casos, a análise do conhecimento matemático em jogo e o conhecimento dos estudantes, a definição das situações, os *milieus* (meios) associados se condicionam sob controle teórico. Para a Engenharia Didática de Desenvolvimento muito mais flexibilidade é necessária para preparar uma adaptação para diversos contextos. A perda de controle é igualmente considerável, quando se considera o papel do professor diante de condicionantes institucionais não podem ser, em parte removidos, como no caso de uma Engenharia Didática de Pesquisa. Essas considerações concorreram para que Perrin-Glorian, após implementar uma ED como produto oriundo de classes ordinárias, se torna necessária considerar, pelo menos, dois níveis para uma ED, cada um com objetivos específicos distintos. Este é o processo geral que origina uma Engenharia Didática de segunda geração (ARTIGUE, 2015, p. 492 *apud* ALVES, 2018, p. 50-51).

Desse modo, temos então as duas engenharias, cada uma com sua especificidade em decorrência dos níveis de perguntas elaboradas. Para Perrin-Glorian e Bellemain (2019), o primeiro nível relaciona-se à validade teórica da situação, ao estudo do conteúdo e uma possível transposição didática, etc. O segundo nível de pergunta trata sobre as práticas atuais do ensino do conteúdo, além disso, interessa-se também “em possibilidades para a evolução das práticas de professores comuns, identificando os pontos em que eles precisam de apoio, pontos a serem considerados em recursos e treinamento” (*ibidem*, p. 74).

Considerando que a Engenharia de 2ª geração baseia-se na engenharia clássica, apresentamos a seguir as fases da nossa engenharia a partir da questão da pesquisa apresentada neste trabalho.

Como exposto anteriormente, a fase inicial da engenharia diz respeito às Análises Preliminares. Nessa fase são realizadas análises nas dimensões epistemológica, didática e cognitiva. Na dimensão epistemológica fazemos um levantamento sobre as características do saber em jogo, no caso da nossa pesquisa, o campo conceitual das estruturas aditivas da Teoria dos Campos Conceituais (TCC). Na dimensão didática, interessamo-nos em investigar como a temática das estruturas aditivas está sendo abordada tomando como base a coleção

dos cinco livros didáticos de matemática dos anos iniciais, da editora FTD, utilizados pelos sujeitos de nossa pesquisa. Interessa-nos ainda investigar como tal temática apresenta-se em pesquisas acadêmicas, mais especificamente em dissertações e teses. Na última dimensão intentamos investigar como os pedagogos são formados, no tocante à matemática, com vistas a desenvolverem, nos estudantes, as competências matemáticas pertinentes aos anos iniciais do ensino fundamental.

Na segunda fase de nossa engenharia, concepção e análise *a priori*, concebemos as situações a serem desenvolvidas na fase de experimentação. Para tal feito elencamos as variáveis global e local. Compreendemos a variável global como sendo a própria organização da engenharia (ALMOULOU; COUTINHO, 2008). Com isso, intentamos investigar os conhecimentos teóricos que permeiam o ideário docente em relação às estruturas aditivas e à utilização de material manipulável. Ainda de acordo com os autores citados, no âmbito das variáveis locais, que dizem respeito à organização da situação didática a ser aplicada junto aos sujeitos de nossa pesquisa, analisaremos como os professores comportam-se diante de situações didáticas propostas (por ocasião das fases de ação, formulação e validação da TSD), envolvendo as estruturas aditivas e os materiais manipuláveis. Importante frisar que neste momento faz-se necessária uma previsão circunstanciada acerca dos comportamentos que as docentes podem apresentar diante das situações propostas, pois a partir dessa previsão é que será possível uma confrontação das hipóteses sinalizadas previamente com o que for apresentado no momento da experimentação (PERRIN-GLORIAN; BELLEMAIN, 2019). Acentuamos que nossa pesquisa, a partir do objetivo proposto, está situada em âmbito de variável local com o desenvolvimento das situações didáticas.

Durante a fase da experimentação a pesquisa está fundamentada na Teoria das Situações Didáticas (TSD), considerando as quatro fases que a compõem (ação, formulação, validação e institucionalização), nas quais, diante das situações propostas, as professoras serão instigadas a participar de forma ativa, na perspectiva de construir um saber consciente. Nesta fase, os sujeitos de nossa pesquisa colocam em evidência todo o conhecimento já consolidado e são provocados com novos conhecimentos, que poderão ser validados ou não.

Destacamos que a engenharia didática, proposta por Artigue (1996), foi pensada para ser aplicada em sala de aula, de maneira presencial. Contudo, considerando o contexto de pandemia do novo coronavírus, que inviabiliza a

realização da experimentação de maneira presencial, adaptaremos essa metodologia ao formato virtual na tentativa de alcançarmos os objetivos propostos. Por conseguinte, na aplicação da pesquisa situada na terceira fase da engenharia, serão desenvolvidos seis encontros com duração média de duas horas/aulas cada, de maneira remota, através da plataforma *Google Meet* e do aplicativo de mensagens instantâneas *WhatsApp*, através do grupo *Matematizando*. As situações didáticas serão desenvolvidas em quatro encontros, pois o primeiro e o último encontro servirão para coleta de dados complementares (o questionário e a avaliação da formação). Ressaltamos que a formação docente voltada especificamente aos conceitos da TCC, proposta neste estudo, dar-se-á por ocasião da fase de institucionalização da TSD, ocorrida ao final de cada situação didática, uma vez que é nessa fase onde acontece a instituição do saber.

De acordo com Almouloud e Coutinho (2008), às vezes faz-se necessária a utilização de metodologias externas, como a aplicação de questionários, a fim de completar os dados obtidos. Nesse sentido, reforçamos que no primeiro encontro haverá um questionário (APÊNDICE A) a ser respondido pelas docentes a fim de coletarmos algumas informações sobre formação, prática docente e conhecimentos teórico-metodológicos. Ao final, no sexto encontro, será aplicado um instrumental avaliativo (APÊNDICE C) com vistas a colhermos informações e promovermos um fechamento sobre os encontros formativos. Destacamos que durante a experimentação realizaremos o registro de todo o desenvolvimento da situação através de gravação do encontro via *Google Meet*, de *print screen* da chamada de vídeo e das discussões realizadas no aplicativo de mensagens instantâneas. Salientamos que os sujeitos envolvidos estão cientes de tais registros, uma vez que concordaram em participar da pesquisa, mediante a assinatura do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE), (ANEXO B). Ressaltamos ainda que a presente investigação encontra-se aprovada pelo Conselho de Ética em Pesquisa (CEP), sob o parecer de número 4.703.028 (ANEXO A).

Na última fase da engenharia, caracterizada pela análise *a posteriori* e validação interna da pesquisa, colocamos em evidência nossas hipóteses iniciais a respeito dos conhecimentos, dificuldades e possíveis obstáculos enfrentados pelas professoras durante a experimentação e as confrontamos com o que foi demonstrado, e registrado, por ocasião da atividade realizada, pois, de acordo com Artigue, a validação na Engenharia Didática é essencialmente interna, “fundada no

confronto entre a análise *a priori* e a análise *a posteriori*” (ARTIGUE, 1996, p. 197). Salientamos ainda que

mediante o confronto das considerações da análise *a priori* e das observações da experimentação, temos elementos para realizar uma análise sobre a reprodutibilidade ou não da engenharia proposta, além de levantarmos possíveis questionamentos, voltados a futuras pesquisas (SANTOS; ALVES, 2017a, p. 450).

A partir do exposto, compreendemos a importância dessa fase para nossa pesquisa, por tratar-se do momento de validação da engenharia proposta, uma vez que intentamos sua reprodutibilidade em investigações futuras.

Na próxima seção discutiremos sobre material manipulável nas aulas de matemática compreendendo que tais materiais constituem-se, enquanto estratégia pedagógica, recursos acessíveis nas salas de aula e que visam corroborar com o processo de aprendizagem discente. Considerando o contexto de aulas remotas no qual esta pesquisa foi desenvolvida, trazemos o conceito de materiais manipuláveis não estruturados, como veremos na subseção 3.4.1.

3.4 Materiais manipuláveis

Iniciamos essa seção apresentando algumas definições. Começamos por material didático. Material didático é definido, de acordo com Lorenzato (2006, p.18), como “qualquer instrumento útil ao processo de ensino e aprendizagem”. Com isso temos que cadernos, livros, lápis, giz, cola, papel, etc. são materiais didáticos.

Ainda de acordo com o referido autor, material didático pode ser categorizado em material didático concreto, o qual pode ser observado de dois tipos: um relacionado à possibilidade de manipulação e outro mais abrangente relacionado à imagem, representação gráfica, por exemplo. Importa destacarmos que este trabalho relaciona-se ao material que pode ser manipulado.

A utilização de material manipulável torna-se uma estratégia pedagógica bastante promissora, pois de acordo com Turrioni e Perez (2006) esse material “facilita a observação, análise, desenvolve o raciocínio lógico e crítico, sendo excelente para auxiliar o aluno na construção dos seus conhecimentos” (TURRIONI; PEREZ, 2006, p. 61). Ressaltamos, contudo que a escolha desse material perpassa por uma concepção de educação, de ensino e da própria matemática, uma vez que

O modo de ensinar sofre influência também dos valores e das finalidades que o professor atribui ao ensino da matemática, da forma como concebe a relação professor-aluno e, além disso, da visão que tem de mundo, de sociedade e de homem (FIORENTINI, 1995, p. 4).

Concordamos com a perspectiva apresentada na medida em que compreendemos sermos sujeitos históricos, frutos do tempo em que vivemos.

Há algumas décadas, os PCN apontavam para a utilização de tais materiais, assim como nos dias atuais a BNCC o faz, corroborando, portanto, com a perspectiva de colocar o estudante como sujeito ativo no seu processo de aprendizagem. Nesse sentido, acreditamos que a utilização desses materiais nas aulas de matemática concorre para possibilitar às crianças agirem e pensarem autonomamente, pois concordamos com Serrazina ao nos dizer que “a construção de conceitos matemáticos é um processo longo que requer o envolvimento **ativo** do aluno [...]” (SERRAZINA, 1990 *apud* RODRIGUES; GAZIRE, 2012, p. 188, grifo nosso).

Entretanto, assentimos com Etcheverria *et al.* (2015) quando nos dizem que o material por si só não é garantia de efetivação de aprendizagem. A ação consciente do docente faz-se uma premissa na perspectiva de efetivação das habilidades e das competências pertinentes a cada ano e etapa escolar. Perrenoud corrobora com nossa discussão quando nos diz que

Escolher e modular as atividades de aprendizagem é uma competência profissional essencial, que supõe não apenas um bom conhecimento dos mecanismos gerais de desenvolvimento e de aprendizagem, mas também um domínio das didáticas das disciplinas (PERRENOUD, 2000, p. 47).

Tendo em vista que o ensino da aritmética nos anos iniciais do ensino fundamental acontece com crianças, faz-se necessária a escolha dos materiais que podem beneficiar a experiência delas com o objeto a ser conhecido.

Salientamos que o uso de materiais manipuláveis requer planejamento por parte dos docentes, ação intencional, conhecimento dos conceitos a serem explorados com o material e acreditamos, sobretudo, na mediação¹¹ do professor

¹¹ Em relação à mediação, trazemos na perspectiva vygotskyana, pois concordamos com o autor quando diz que “o caminho do objeto até a criança e desta até o objeto passa através de outra pessoa. Essa estrutura humana complexa é o produto de um processo de desenvolvimento

para promover uma melhor interação entre a criança e o material manipulável, pois tão importante quanto o material ofertado às crianças é o conhecimento que o professor demonstra acerca das estruturas mentais mobilizadas nessa ação. A esse respeito Kamii (1999) traz uma reflexão

As crianças não aprendem conceitos numéricos com desenhos. Tampouco aprendem conceitos numéricos meramente pela manipulação de objetos. Elas constroem esses conceitos pela abstração reflexiva à medida em que atuam (mentalmente) **sobre os objetos**. (KAMII, 1999, p. 58, grifo nosso).

Portanto, entendemos tais objetos como instrumentos que podem mobilizar de maneira mais significativa essas estruturas mentais. Em seu livro, *A criança e o número*, a referida autora apresenta uma série de exemplos nos quais as crianças são desafiadas a refletir sobre determinadas situações, e para isso Kamii vale-se de diversos objetos, desde guardanapos, cadeiras, baralhos, jogos de tabuleiros e outros, demonstrando na prática que a utilização de materiais manipuláveis é estratégia viável para o processo de aprendizagem das crianças.

O ensino da matemática nos anos iniciais do ensino fundamental ainda está muito voltado para uma metodologia que prioriza a exposição oral e a demonstração por parte dos docentes. Sobre tal aspecto, Freire (1996, p. 25, grifo do autor) nos diz que “[...] ensinar não é *transferir conhecimento*, mas criar as possibilidades para a sua produção ou a sua construção”. Todavia, Tardif (2002) sinaliza que as experiências vividas anteriormente à vida profissional têm impacto na prática em sala de aula, ou seja, o professor transmite o conhecimento porque foi esse o modelo vivenciado enquanto aluno.

[...] uma boa parte do que os professores sabem sobre o ensino, sobre os papéis do professor e sobre como ensinar provém de sua própria história de vida, principalmente de sua socialização enquanto alunos. Os professores são trabalhadores que ficaram imersos em seu lugar de trabalho durante aproximadamente 16 anos [...]. Essa imersão se expressa em toda uma bagagem de conhecimentos anteriores, de crenças, de representações e de certezas sobre a prática docente (TARDIF, 2002, p. 68).

Nessa perspectiva podemos pensar que nossa experiência como estudante permeia nossa prática enquanto docente. Neste sentido, nossas experiências

profundamente enraizado nas ligações entre história individual e história social” (VYGOTSKY, 1984, p. 33).

discentes envolvendo estratégias de memorização será uma lembrança, podendo constituir-se em modelo da nossa prática pedagógica. Kamii (1999, p. 41), ao falar sobre a tarefa do professor de encorajar as crianças a pensarem, ressalta que “[...] é muito difícil porque a maioria de nós foi treinada para obter das crianças a produção de respostas ‘certas’”. Considerando as orientações curriculares atuais, tal fato incorre em um largo desafio aos docentes.

Os documentos curriculares atuais interessam-se no desenvolvimento de um sujeito com capacidade leitora, com habilidades para resolver problemas e atuar de maneira produtiva. A Base Nacional Comum Curricular, por exemplo, aponta oito competências específicas de matemática, dentre elas “Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo” (BRASIL, 2017, p. 267). Nesse sentido, possibilitar vivências onde o estudante ocupe o lugar de sujeito ativo no seu processo de aprendizagem torna-se uma condição das práticas pedagógicas visando ao desenvolvimento de tal competência.

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais

É importante que a Matemática desempenhe, equilibrada e indissociavelmente, seu papel na formação de capacidades intelectuais, na estruturação do pensamento, na agilização do raciocínio dedutivo do aluno, na sua aplicação a problemas, situações da vida cotidiana e atividades do mundo do trabalho e no apoio à construção de conhecimentos em outras áreas curriculares (BRASIL, 1997b, p. 25).

Levando em consideração o que apregoa a BNCC em relação às competências matemáticas, bem como os PCN, e fazendo um paralelo com o baixo desempenho dos estudantes, verificado em avaliações de larga escala, podemos perceber que essa matemática defendida nos documentos nacionais configura-se um desafio efetivá-la nas salas de aula.

Tomando como referência o contexto de pandemia da COVID-19 em que essa pesquisa foi realizada, no qual a suspensão das atividades pedagógicas presenciais nas escolas públicas do município de Maracanaú tornou-se uma questão de segurança sanitária, compreendemos que o desafio de atender às perspectivas curriculares em atividades remotas tornou-se ainda maior.

Contudo, consideramos que há possibilidade de realizar minimamente um

trabalho pedagógico no qual seja viável o desenvolvimento do raciocínio lógico, a capacidade de argumentação e a ampliação de conceitos matemáticos, em especial os conceitos relativos ao campo conceitual das estruturas aditivas, abordados nesta pesquisa.

Acreditamos que, mesmo em atividades pedagógicas não presenciais¹², é possível a utilização de materiais manipuláveis não estruturados, pelas professoras e pelos estudantes, visando corroborar com o processo de aprendizagem em relação aos problemas de adição e subtração.

Nossa proposta em relação aos materiais manipuláveis não estruturados apresentados nesta pesquisa visa sensibilizar as docentes sobre a necessidade de lançar mão de objetos que podem ser encontrados em casa. Pontuamos que tais materiais configuram-se como recurso didático favorável a aprendizagem do cálculo numérico¹³ na medida em que os estudantes efetuam as operações matemáticas e realizam trocas e agrupamentos. Lembramos que a BNCC (2017) apresenta a construção de fatos fundamentais como objeto de conhecimento e uma das habilidades propostas, para o segundo ano do ensino fundamental, é “Construir fatos básicos da adição e subtração e utilizá-los no cálculo mental ou escrito” (BRASIL, 2017, p. 283).

Portanto, apresentaremos na próxima seção o conceito de material manipulável não estruturado, bem como alguns materiais que podem contribuir no desenvolvimento das habilidades e dos conceitos matemáticos presentes nos problemas de adição e subtração. Consideramos para a realização da pesquisa materiais manipuláveis que as professoras podem dispor em casa, tais como: folhas de papel ofício, palitos de fósforo, grãos de feijão/milho, botões, tampas de creme dental, etc.

3.4.1 Materiais manipuláveis não estruturados

Os materiais manipuláveis que trazemos como proposta didática neste trabalho, tais como os grãos de feijão e/ou milho e palitos de fósforo, visam atender

¹² Nomenclatura utilizada no município pesquisado em referência às aulas dadas de maneira virtual em decorrência da pandemia do novo coronavírus.

¹³ Para mais detalhes, ver seção 4.2.1.

inicialmente o contexto de aulas remotas vivido, por ocasião da pandemia do novo coronavírus.

O ambiente virtual de aulas, seja via aplicativo de mensagens instantâneas seja via plataformas de reuniões, requer adaptação na realização de atividades que se utilizam de materiais manipuláveis, pois no ambiente escolar alguns materiais estruturados como o material dourado, as barras de *Cuisenaire* e o ábaco são mais comumente encontrados. Entretanto, tais materiais não são de fácil acesso para os docentes da pesquisa em questão, quando falamos em aulas no formato remoto. Por esse motivo, trazemos como proposta materiais que podem ser encontrados em casa e que podem ser utilizados pelas professoras para melhorar a aprendizagem dos estudantes no tocante aos problemas de adição e subtração. Para tanto, trazemos o conceito de material manipulável não estruturado.

Botas (2008), em sua dissertação de mestrado, apresenta algumas definições sobre materiais estruturados. De acordo com Hole (1977 *apud* BOTAS, 2008, p. 26), materiais estruturados são “uma colecção de objectos, configurados de maneira a corporizarem, de uma forma apropriada uma ou mais estruturas matemáticas”. A autora destaca também a definição dada por Ribeiro (1995) na qual ele apresenta o material estruturado e o material manipulável como correspondentes e diz “que subjacente à sua elaboração, se identifica implícita ou explicitamente pelo menos um fim educativo” (RIBEIRO, 1995 *apud* BOTAS, 2008, p. 27). Tomando como referência os excertos acima, inferimos que o material utilizado em nosso estudo não se enquadra em material estruturado, pois eles não foram criados com fins educativos ou matemáticos e, portanto concordamos com Botas (2008) ao afirmar que

Assim, o material não estruturado é aquele que ao ser concebido não corporizou estruturas matemáticas, e que não foi idealizado para transparecer um conceito matemático, não apresentando, por isso uma determinada função dependendo o seu uso da criatividade do professor (BOTAS, 2008, p. 27).

A partir do que foi discutido acima, os materiais por nós utilizados, por ocasião da fase de experimentação, serão identificados como materiais manipuláveis não estruturados.

A seguir apresentamos mais detalhadamente as análises preliminares acerca das estruturas aditivas, nas dimensões epistemológicas, sógnitas e didáticas.

4 ANÁLISES PRELIMINARES

Nossa pesquisa apresenta na fase das análises preliminares as dimensões epistemológica, didática e cognitiva. Na dimensão epistemológica fazemos um levantamento sobre as características do saber em jogo, no caso as estruturas aditivas da TCC, bem como sobre os conhecimentos teóricos e didáticos já adquiridos sobre o assunto. Na dimensão didática, interessamo-nos em investigar como a temática das estruturas aditivas está sendo contemplada nos livros didáticos, bem como o quadro geral de trabalhos desenvolvidos, em nível de mestrado e doutorado, a respeito de tal temática. A última dimensão caracteriza-se pela investigação dos conhecimentos dos professores a respeito da TCC, especificamente das estruturas aditivas, tendo como pressuposto a formação do pedagogo. Inserem-se ainda nesta dimensão as dificuldades e os obstáculos que apresentam diante do saber apresentado.

4.1 A dimensão epistemológica: o campo conceitual das estruturas aditivas

O campo conceitual das estruturas aditivas envolvem diferentes conceitos. Conforme destacam Magina *et al.* (2001), existem conceitos: “de medida, de adição, de subtração, de transformação de tempo, relação de comparação e de composição de quantidades” (*ibidem*, p. 21). Importa destacarmos que para Vergnaud (1993, p. 8) “a operacionalidade de um conceito deve ser provada através de situações variadas”. O excerto citado mostra-nos a relevância do estudante vivenciar várias situações, pois a partir dessa experiência os conceitos vão sendo consolidados.

Conforme mencionado anteriormente, os problemas matemáticos enquadrados no campo conceitual das estruturas aditivas podem ser resolvidos com as operações de adição, subtração ou uma combinação das duas. Sobre essa temática, Vergnaud (2011) nos diz que

O campo conceitual das estruturas aditivas fornece numerosos exemplos de situações, nas quais a escolha de uma operação e a dos dados sobre os quais ela se aplica é delicada, exigindo um arranjo específico, uma ajuda significativa do adulto, eventualmente, uma representação simbólica original (VERGNAUD, 2011, p. 17).

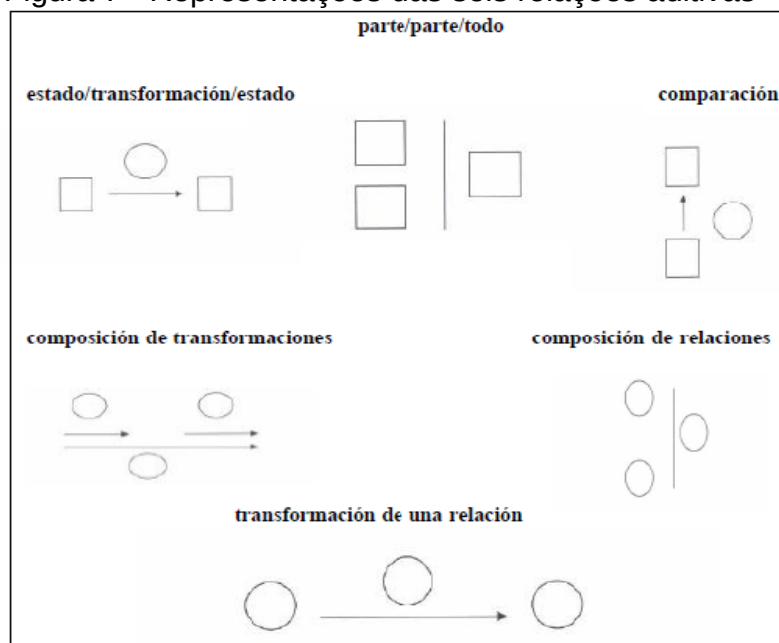
O excerto acima destaca a importância de se desenvolver um trabalho em sala de aula no qual não seja necessário informar previamente aos estudantes qual a operação matemática está sendo abordada. Ao contrário, espera-se que diante do problema apresentado o estudante possa refletir o que está sendo solicitado e assim utilizar a operação matemática mais conveniente naquele problema proposto.

A partir da compreensão de que se pode usar uma ou outra operação, Vergnaud identificou seis relações nas quais os problemas, de adição e subtração, podem ser elaborados. São elas:

- I. A composição de duas medidas numa terceira. II. A transformação (quantificada) de uma medida inicial numa medida final. III. A relação (quantificada) de comparação entre duas medidas. IV. A composição de duas transformações. V. A transformação de uma relação. VI. A composição de duas relações (VERGNAUD, 1996 *apud* ETCHEVERRIA, 2014, p. 33).

As seis relações citadas acima, podem ser melhores compreendidas a partir das representações propostas por Vergnaud (2007), conforme mostra a Figura 7.

Figura 7 - Representações das seis relações aditivas



Fonte: Vergnaud (2007).

A partir dessas relações de base, de acordo com Vergnaud (1993), é possível engendrar todos os problemas de adição e subtração. Tomando ainda como referência tais relações, o autor classifica os problemas matemáticos considerados protótipos e os não protótipos (VERGNAUD, 2007, 2011). Para o

autor, os problemas que as crianças dão o primeiro sentido à adição são os chamados de protótipos, os quais são facilmente resolvidos por crianças de cinco ou seis anos. Quanto aos problemas não prototípicos (VERGNAUD, 2011), esses exigem, por parte das crianças, rupturas¹⁴ no processo de conceituação, de modo a possibilitar o desenvolvimento de novos conceitos.

Considerando as relações e as classificações dos problemas pensadas por Vergnaud (1993, 2007), Magina *et al.* (2001) propuseram uma síntese e organizaram os problemas em: protótipo e extensão. As autoras chamam-nos a atenção para as extensões, pois “[...] as extensões não tratam de níveis de desenvolvimento estanques a serem alcançados, mas sim, de um conjunto de situações-problema que possibilitarão às crianças ampliar sua representação sobre essas estruturas” (*ibidem*, p. 33). Salientamos que nosso estudo está referenciado na classificação proposta pelas autoras mencionadas e que, devido ao número de possibilidades de problemas apresentado, nos debruçamos nas três primeiras classificações das situações do campo aditivo: composição, transformação e comparação. Essas por sua vez, de acordo com as autoras, são os três grupos de problemas básicos, pois neles está envolvida apenas uma relação: ou de composição ou de transformação ou de comparação. Todavia, tais problemas podem apresentar situações prototípicas e de extensão, conforme apresentadas na Tabela 3.

Tabela 3 - Tipos de situações-problemas

	Composição	Transformação	Comparação
Protótipo	x	x	
1ª Extensão	x	x	
2ª Extensão			x
3ª Extensão			x
4ª Extensão		x	x

Fonte: elaborado pela autora a partir da síntese de Magina *et al.* (2001).

De acordo com a tabela acima, Magina *et al.* (2001) organizaram os problemas segundo as dificuldades e os raciocínios requeridos para resolvê-los. Contudo, neste trabalho apresentaremos as três relações básicas, ou seja, as que

¹⁴ Rupturas: “classes de problemas [...] que apelam à desestabilização dos alunos: estamos então em uma zona de desenvolvimento proximal menos acessível, para a qual o trabalho de mediação do professor é mais importante e mais complexo” (tradução nossa).
 Texto original: “clases de problemas [...] que apelan a la desestabilización de los alumnos: estamos entonces en una zona de desarrollo proximal menos accesible, para la cual el trabajo de mediación del profesor es más importante y más complejo” (VERGNAUD, 2007, p. 295-296).

envolvem apenas uma relação por vez (composição, transformação e comparação), discriminando protótipos e extensões.

Importa salientarmos que os problemas matemáticos, utilizados nesta pesquisa, pertencem aos livros didáticos utilizados pelas docentes e que, nas unidades analisadas relativas às operações de adição e de subtração, encontramos problemas do tipo protótipo e não protótipo, esses também chamados de *extensões*, conforme assinalado por Magina *et al.* (2001).

A seguir, apresentamos mais detalhadamente os problemas das classes de composição, transformação e comparação (protótipos e extensões), a partir da síntese realizada por Magina *et al.* (2001).

4.1.1 Os problemas de composição, transformação e comparação

Esta seção destina-se à apresentação dos problemas de composição, transformação e comparação, considerando os problemas protótipos e de extensão. Para melhor esclarecer, após pontuarmos as características de cada problema, apresentamos alguns exemplos a fim de tornar a explanação mais compreensível.

4.1.1.1 Problemas de composição: protótipos e extensões

Os primeiros problemas a abordarmos são os de composição protótipo. Tal fato justifica-se em decorrência de serem esses, de acordo com Magina *et al.* (2001), os problemas mais comuns vivenciados pelas crianças, antes mesmo de iniciarem sua vida escolar e que, de tal sorte, já apresentam conhecimentos consolidados. Tal fato decorre da característica desse tipo de problema, uma vez que se configura como a junção de duas partes conhecidas a fim de formar o todo. (*ibidem*, p. 25).

Exemplo: Davi tem 3 carrinhos e 5 bonecos. Quantos brinquedos tem o Davi?

Um exemplo mais sofisticado de problema de composição pode envolver a operação de subtração, pois se tem o todo e uma das partes e deseja-se encontrar a

outra parte. Esse se caracteriza como um problema do tipo composição de 1ª extensão.

Exemplo: Davi tem 8 brinquedos. Sabendo que 5 são bonecos, quantos carrinhos ele tem?

4.1.1.2 Problemas de transformação: protótipos e extensões

O segundo tipo de problema que abordamos é o de transformação. Nesse tipo de problema, de maneira geral, existe o estado inicial, que sofre uma transformação resultando em um estado final (MAGINA *et al.*, 2001).

Exemplo (adição): Emily tinha 4 livros e ganhou 3. Com quantos livros Emily ficou?

Exemplo (subtração): Luís tinha 8 bilas. Em um jogo perdeu 5. Com quantas bilas Luís ficou?

Os referidos problemas são classificados como prototípicos e, assim como os problemas de composição, as crianças os vivenciam no seu dia-a-dia e, por esse motivo, têm mais facilidade em resolvê-los. Entretanto, os problemas de transformação apresentam duas outras características: 1ª extensão e 4ª extensão.

Os problemas de transformação 1ª extensão apresentam como característica a transformação desconhecida. Os de 4ª extensão têm o estado inicial desconhecido. Vejamos os exemplos abaixo.

Exemplo 1ª extensão: Emily tinha 4 livros. Após ganhar alguns livros de sua avó, ficou com 7. Quantos livros Emily ganhou?

Exemplo 4ª extensão: Luís tinha algumas bilas. Num jogo perdeu 3 e voltou pra casa com 5 bilas. Quantas bilas ele tinha ao iniciar o jogo?

Ressaltamos que os problemas de transformação 4ª extensão são considerados mais complexos, dentro dessa classificação. De acordo com Vergnaud (2011, p. 17-18), “A procura de um estado inicial é uma situação delicada para muitas crianças até o terceiro ano da escola elementar e mesmo adiante”. As crianças menores de oito anos apresentam dificuldade em resolver problemas dessa

natureza, pois de acordo com o referido autor, elas precisam fazer operações inversas à situação apresentada. No exemplo de Luís, a situação dada aponta para uma perda de bilas (dando uma ideia de subtração), todavia o que se deseja saber é quantas bilas ele tinha antes de iniciar o jogo. Portanto, para obter o resultado correto a criança deve efetuar uma adição. E tal fato justifica o obstáculo cognitivo na resolução.

4.1.1.3 Problemas de comparação e suas extensões

O último tipo de problema que abordamos em nosso trabalho é de comparação. Não por acaso, são os problemas que apresentam maior grau de complexidade a serem resolvidos pelos estudantes. Os problemas dessa categoria caracterizam-se, como o próprio nome diz, por uma comparação entre grupos, que são denominados de referente e de referido (MAGINA *et al.*, 2001, p. 26). Esta classe de problemas apresenta apenas problemas do tipo extensão. Eles variam de acordo com a parte desconhecida.

Os problemas de composição 2ª extensão, são caracterizados pelo desconhecimento do referido, ou seja, existe um valor de referência (referente) que estabelece uma relação de comparação, envolvendo uma soma ou uma subtração, a fim de encontrar o outro dado (referido) (MAGINA *et al.*, 2001).

Exemplo: Letícia (referente) tem 8 anos e seu irmão (referido) tem 3 a mais. Quantos anos tem o irmão da Letícia?

Os problemas de 3ª extensão são os que possuem a relação desconhecida. De acordo com Magina *et al.* (2001), esses problemas apresentam maior complexidade pelo fato de as crianças não saberem por onde começar, ou seja, não identificam o referente e o referido. Além disso, na relação solicitada “a mais” ou “a menos” não fica evidente qual operação matemática usar.

Exemplo: Davi (referente) tem 9 bilas e Luís tem 6 (referido). Quem tem mais bilas? Quantas bilas tem a mais?

Assim como os problemas de transformação, os de comparação também apresentam a 4ª extensão. Problemas dessa categoria apresentam como característica o referente desconhecido. Esse problema é considerado o de maior complexidade e requer do estudante um raciocínio mais elaborado. Vejamos um exemplo.

Exemplo: Davi (referente) tem algumas bilas. Luís (referido) tem 2 a mais. Sabendo que Luís tem 6 bilas, quantas bilas Davi tem?

De acordo com Magina *et al.* (2001), os problemas de 4ª extensão são melhor compreendidos pelos estudantes por volta dos nove anos. Ademais, para que os estudantes compreendam esses problemas faz-se oportuno que tenham experiências diversificadas com os problemas de adição e subtração desde o início do ensino fundamental, pois conforme Vergnaud (2011) o aprendizado dos campos conceituais requer tempo e diversidade nas experiências vivenciadas.

Após essa breve explanação acerca dos problemas do campo aditivo, passemos agora à dimensão didática que vai abordar tais problemas nos livros didáticos de matemática utilizados pelas docentes da nossa pesquisa, bem como nas pesquisas acadêmicas.

4.2 A dimensão didática: as estruturas aditivas nos livros didáticos atuais e nas pesquisas acadêmicas

Esta seção destina-se à análise da coleção dos livros didáticos de matemática dos anos iniciais do ensino fundamental, adotada pelo município de Maracanaú e utilizada em sala de aula pelos sujeitos da nossa pesquisa. Ressaltamos que nossa análise está direcionada aos problemas matemáticos que envolvem a adição e a subtração e dar-se-á à luz da Teoria dos Campos Conceituais.

Posteriormente realizamos levantamento em site de dissertações e teses sobre trabalhos correlatos ao nosso, analisando em quais aspectos assemelham-se e em quais se distinguem no sentido de apontarmos perspectivas de pesquisas futuras.

4.2.1 As estruturas aditivas nos livros didáticos de matemática

Nessa seção apresentamos uma análise realizada na coleção dos livros didáticos de matemática dos anos iniciais do ensino fundamental, utilizados pelas docentes de uma escola pública do município de Maracanaú, cujo objetivo é conhecer como a temática de resolução de problemas aditivos é abordada nos livros.

Conforme discutimos neste estudo, a BNCC é o documento normativo que estabelece as competências e habilidades mínimas a serem contempladas em todos os componentes curriculares, portanto orienta a elaboração dos currículos, define os objetos de conhecimento a serem trabalhados, bem como de recursos didáticos a serem utilizados, entre outros. Corroborando com nossa discussão, vejamos o que diz o Artigo 5º, §1º, da Resolução do Conselho Nacional de Educação CNE/CP Nº 2¹⁵, de 22 de dezembro de 2017.

A BNCC deve fundamentar a concepção, formulação, implementação, avaliação e revisão dos currículos, e consequentemente das propostas pedagógicas das instituições escolares, contribuindo, desse modo, para a articulação e coordenação de políticas e ações educacionais desenvolvidas em âmbito federal, estadual, distrital e municipal, especialmente em relação à formação de professores, à avaliação da aprendizagem, **à definição de recursos didáticos** e aos critérios definidores de infraestrutura adequada para o pleno desenvolvimento da oferta de educação de qualidade (CNE, 2017, p. 5, grifo nosso).

Destarte, a política nacional do livro didático passa a atender tal demanda, conforme estabelecido na referida Resolução do CNE, em seu Artigo 20, “O PNLD – Programa Nacional do Livro Didático deve atender o instituído pela BNCC, respeitando a diversidade de currículos, construídos pelas diversas instituições ou redes de ensino, sem uniformidade de concepções pedagógicas” (CNE, 2017, p. 11). De acordo com o exposto no artigo acima, os livros didáticos devem apresentar-se de modo a não contemplar concepções pedagógicas em virtude do respeito à diversidade de currículos.

Afirmamos de antemão que respeitamos o exposto, contudo não podemos deixar de discutir sobre a importância de uma teoria que fundamente a prática do

¹⁵ Disponível em:

http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=79631-rcp002-17-pdf&category_slug=dezembro-2017-pdf&Itemid=30192. Acesso em: 26 dez. 2020.

professor e, nesse sentido, elencamos como teoria de base neste estudo a Teoria dos Campos Conceituais, por entendermos que ela defende uma concepção na qual o estudante é sujeito do seu processo de aprendizagem. Compreendemos ainda que o docente é personagem preponderante nesse processo, pois cabe a ele elaborar estratégias com vistas a desenvolver nos estudantes as habilidades exigidas na BNCC. Abrantes, Serrazina e Oliveira (1999) sinalizam sobre o papel do professor no processo de aprendizagem no sentido de que “o professor é o elemento chave na criação do ambiente que se vive na sala de aula. Cabe-lhe a responsabilidade de propor e organizar as tarefas a realizar e de coordenar o desenvolvimento das actividades dos alunos”. (ABRANTES; SERRAZINA; OLIVEIRA, 1999, p. 27 *apud* ECTHEVERRIA; CAMPOS; SILVA, 2015, p. 1183). Em consonância com o excerto acima, defendemos que os docentes apropriem-se de uma teoria que os subsidie em sua prática docente.

A partir de nossas observações e vivências no dia-a-dia escolar, percebemos que as práticas docentes são amparadas, em boa parte do tempo letivo, pelo uso do livro didático. Salientamos que o questionário aplicado aos sujeitos de nossa pesquisa corrobora de maneira explícita o que percebíamos de maneira intuitiva, pois indica o uso frequente do livro didático em sala de aula. Freitag, Costa e Motta, (1997, p. 108 *apud* NACARATO, 2005, p. 2), sinalizam favoravelmente com nossa percepção ao afirmarem que o livro didático “[...] não serve aos professores como simples fio condutor de seus trabalhos, mas passa a assumir o caráter de ‘critério de verdade’ e ‘última palavra’ sobre o assunto”. Neste sentido, concordamos com os autores quando afirmam que esse recurso didático constitui-se como fonte de pesquisa para o docente tornando-se um aliado importante para o ensino dos conteúdos matemáticos e, portanto merece atenção especial.

A coleção utilizada pelas professoras de nossa pesquisa é *A conquista da matemática*, escrita por José Ruy Giovanni Júnior, publicada pela editora FTD, pertencente ao PNLD 2019/2022. Ressaltamos que a análise realizada refere-se aos cinco livros dos anos iniciais e perpassa pela parte introdutória, pelo sumário e pelos capítulos referentes à resolução de problemas envolvendo as operações de adição e de subtração.

Os livros apresentam um sumário com doze tópicos, a saber: Conheça as orientações para o professor; Conheça a coleção; Considerações sobre o ensino fundamental de nove anos; A importância do ensino da matemática; O ensino da

matemática nos anos iniciais; Matemática, perspectiva interdisciplinar e Temas transversais; O desenvolvimento por unidades temáticas; Reflexões sobre práticas pedagógicas; Sugestões de plano de ação; Considerações sobre o processo de avaliação; A Base Nacional Comum Curricular e o 1º ano¹⁶ da coleção e Referências bibliográficas.

Logo na apresentação, o autor informa que o intuito da coleção “é oferecer aos alunos e professores um material que norteie o trabalho com as primeiras ideias matemática, levando em consideração as especificidades da faixa etária a que se destina” (GIOVANNI JÚNIOR, 2018, n.p). O autor ainda destaca que a coleção pretende estabelecer uma ligação entre Educação Matemática e a formação de um sujeito autônomo. Adiante, Giovanni Júnior afirma trazer embasamento teórico bem como sugestões práticas visando ao enriquecimento dos temas abordados.

Importa dizermos que os livros didáticos trazem realmente algumas fundamentações teóricas, contudo um aspecto que nos desperta a atenção diz respeito ao tópico Aprendizagem (páginas XXXVII, XXXVIII), contemplado na seção de *Reflexões sobre práticas pedagógicas*. Nele, não consta fundamentação teórica, autor ou concepção acerca do processo de aprendizagem dos estudantes. Tal aspecto vai de encontro a este estudo, pois defendemos que os professores possam apropriar-se de teorias de ensino, além dos objetos de conhecimento a serem ensinados, de modo a promover uma melhoria nas práticas docentes reverberando na melhoria da qualidade da aprendizagem dos estudantes.

Ainda na parte introdutória, na seção A Base Nacional Comum Curricular, os livros da referida coleção apresentam as Unidades temáticas, os objetos de conhecimento e as habilidades estabelecidas pela BNCC. Ressaltamos que em um capítulo é abordada mais de uma unidade temática, proporcionando uma integração entre elas.

Ao analisarmos o sumário, no tocante aos problemas de adição e de subtração¹⁷, observamos que nos cinco livros da coleção essas operações matemáticas aparecem em separado. Diante do exposto, somos levados a inferir que a compreensão apresentada nos livros sobre tais operações é uma visão

¹⁶ Único tópico diferente, pois se refere a cada ano escolar.

¹⁷ Reforçamos que, em virtude da teoria abordada em nosso estudo, os problemas envolvendo as operações de adição e de subtração são tratados como problemas do campo conceitual das estruturas aditivas, defendido por Vergnaud (1993).

fragmentada e descontextualizada em relação às situações-problemas. Nossa percepção encontra fundamento em Mendonça *et al.* (2007, p. 225), quando enfatizam que “O caso da adição e subtração são exemplos de conceitos onde não faz sentido estudá-los isoladamente, mas sim dentro de um campo conceitual, o das Estruturas Aditivas”. Destarte, ao deparar-se com as situações de adição e de subtração separadamente, o estudante é induzido a resolver os problemas com uma ideia pré-determinada. No livro do quarto ano há um tópico em que se estabelece a relação entre tais operações na perspectiva de inversão, ou seja, a adição é apresentada como a operação inversa da subtração e vice-versa.

Importante destacarmos que a análise do livro deu-se apenas nas unidades em que estavam sinalizadas, no sumário, as operações de adição e de subtração, uma vez que não faz nenhuma menção à resolução de problemas.

A análise é de cunho quanti-qualitativo, uma vez que os dados qualitativos aprofundam as reflexões e discussões. De acordo com Matos e Vieira (2001, p. 36), “Se o pesquisador amplia o instrumental quanto a [sic] mensuração e análise de dados poderá explicar os fatos com mais precisão e profundidade”. Portanto, a análise quantitativa é seguida por uma de cunho qualitativo, na qual fazemos algumas observações em relação à resolução de problemas aditivos.

A seguir, na Tabela 4, apresentamos a análise quantitativa dos problemas de adição e de subtração contidos nos livros didáticos dos cinco primeiros anos do ensino fundamental, a partir da classificação dos problemas proposta originalmente por Vergnaud (2011, 2019) e posteriormente por Magina *et al.* (2001). Nosso intuito é conhecer em que medida essas categorias são contempladas nos livros de matemática dos anos iniciais do ensino fundamental.

Tabela 4 - Quantitativo dos problemas nos livros didáticos utilizados pelas professoras

Ano/ classif.	Composição		Transformação			Comparação		
	Protót.	1ª ext.	Protót.	1ª ext.	4ª ext.	2ª ext.	3ª ext.	4ª ext.
1º	08	03	07	-	-	-	-	-
2º	12	01	13	-	-	-	-	-
3º	13	04	05	-	-	02	10	01
4º	10	04	02	-	02	03	13	-
5º	10	02	01	-	-	-	05	-
Total	53	14	28	00	02	05	28	01

Fonte: elaborado pela autora.

Conforme exposto na tabela acima, observamos uma massiva predominância dos problemas do tipo composição protótipo em quase todos os anos, excetuando-se no segundo ano. Nos livros dos dois primeiros anos essas situações aparecem relativas à soma, ou seja, juntar duas partes para obter o todo. Observamos ainda que os problemas de transformação do tipo protótipo também predominam nesses dois anos. Destacamos, todavia, que tais problemas são considerados de natureza menos complexa, exigindo esquemas mentais menos sofisticados. De acordo com Vergnaud (2019), os problemas envolvendo a adição são os que as crianças dominam por volta dos cinco, seis anos, uma vez que essas situações fazem parte do dia-a-dia delas. Ratificando o exposto, Magina *et al.* (2001) relatam uma pesquisa que realizaram envolvendo 782 crianças, cujas situações envolvidas referiam-se aos problemas protótipos de composição e transformação e o resultado obtido revelou que mais de 90% das crianças da primeira série já dominavam esses conceitos.

Observamos nos livros que esse padrão repete-se por todos os anos iniciais do ensino fundamental. A complexidade dos problemas acontece em termos numéricos, pois a cada ano escolar os valores vão ganhando mais ordens. Contudo, o que nos chama a atenção é o fato desses problemas exigirem o mesmo esquema mental. Nesse sentido, compreendemos que cabe ao docente proporcionar outras experiências, ampliando o leque de situações propostas aos estudantes com vistas a mobilizar outras competências.

No livro do primeiro ano, o sumário apresenta duas unidades distintas para tratar dos problemas de adição e de subtração em separado. Nesse momento da análise pontuamos que, o fato do livro trazer os problemas com as operações em separado, induz o aluno a realizar apenas essa operação, ou seja, ocasiona certa limitação quanto às estratégias a serem utilizadas pelos estudantes na resolução dos problemas propostos. Compreendemos como uma das explicações para tal fato a habilidade EF01MA08 exigida na BNCC, que estabelece que o estudante deve

Resolver e elaborar problemas de adição e de subtração, envolvendo números de até **dois algarismos**, com **os significados de juntar, acrescentar, separar e retirar**, com o suporte de imagens e/ou material manipulável, utilizando estratégias e formas de registro pessoais (BRASIL, 2017b, p. 279, grifo nosso).

Em consequência da adaptação dos livros didáticos à BNCC, a referida coleção apresenta-se em consonância com tal documento e desta feita, o autor elaborou os problemas apresentando as ideias das operações de adição e subtração em separado.

Outro aspecto observado no livro do primeiro ano do ensino fundamental diz respeito aos numerais utilizados, pois todas as operações são com os fatos fundamentais da adição. Na unidade da subtração essa mesma característica repete-se. Salientamos, no entanto, que a habilidade acima destacada refere-se a números de até dois algarismos, fato esse não contemplado nesse livro didático.

Em relação ao livro do segundo ano, ao analisarmos o sumário, encontramos duas unidades relativas aos problemas de adição e subtração: Unidades 2 e 5. Entretanto, a maior parte dos problemas encontra-se na primeira.

Nesse livro também encontramos a mesma divisão apresentada no livro do ano anterior, ou seja, as unidades apresentam as ideias da adição e da subtração separadamente. Além disso, neste exemplar encontramos seções destinadas ao trabalho exclusivo com os algoritmos utilizados nessas operações, contemplando a habilidade EF02MA05 da BNCC, a qual diz que o estudante deve “Construir fatos básicos da adição e subtração e utilizá-los no cálculo mental ou escrito” (BRASIL, 2017b, p. 283).

Outro aspecto em comum com o livro anterior diz respeito à habilidade sobre resolução de problemas. Na habilidade EF02MA06 há a exigência de que o estudante resolva e elabore problemas com números de três ordens. Entretanto também não é possível encontrar problemas com tal característica uma vez que as atividades elaboradas apresentam números com apenas duas ordens.

Assim como os livros do primeiro e do segundo anos, o livro didático de matemática do terceiro ano também apresenta unidades distintas para tratar das operações de adição e subtração.

Iniciamos nossa análise destacando a redução da quantidade de problemas disponíveis na unidade em relação ao livro do ano. Uma explicação que ponderamos para tal feito pode estar ligada ao fato de haver muitas páginas com exemplos de como proceder para a resolução de um problema, indicando a operação a ser realizada.

Outro destaque também diz respeito às muitas atividades que envolvem apenas as operações matemáticas, ou seja, elas não se relacionam com nenhuma

situação-problema, pois o foco é a técnica da resolução. Existem ainda os modelos de algoritmos a serem aprendidos e em alguns exemplos utilizam-se ilustrações do material dourado, quando a temática é reagrupamento e trocas.

No livro do quarto ano os problemas abordados são mais variados e contemplam não só os protótipos de composição como também os problemas de transformação e de comparação, nas categorias de extensão, além de um problema classificado como misto (MAGINA *et al.*, 2001).

Das nove unidades contidas no sumário, apenas a unidade dois consta no título *Adição e subtração com números naturais*. Essa unidade é bem extensa, possui trinta e três páginas e está dividida em seis seções: Adição com números naturais; Subtração com números naturais; Propriedades da adição; Estratégias de cálculo; Relação adição e subtração e Expressões numéricas. Todas as seções iniciam com exemplos de situações e sua resolução, enfatizando a técnica e os algoritmos. No decorrer das seções existem várias atividades voltadas para a resolução de operações isoladas, onde a ênfase concentra-se na técnica da operação envolvida.

A ênfase na demonstração reflete na diminuição de problemas a serem resolvidos pelos estudantes. Conforme apresentado acima, na Tabela 4, percebemos que houve redução na quantidade de atividades para os estudantes, assim como no livro do terceiro ano, mesmo sendo uma unidade extensa, reforçando o que mencionamos acima: muitos exemplos de como realizar a operação.

Agora passamos ao livro do quinto ano do ensino fundamental. De antemão informamos que, assim como os demais, este livro segue o padrão de enfatizar modelos de resolução, com ênfase na técnica e no algoritmo. Existem também várias atividades nas quais os estudantes devem apenas efetuar a operação, no livro ou na calculadora.

As operações de soma e de subtração aparecem em duas unidades, a dois e a nove. Assim, em consonância com os livros do terceiro e do quarto anos, este também apresenta uma redução nas atividades em que aparecem as operações contextualizadas em situações. Todavia, apresenta um diferencial: a unidade nove é voltada para a introdução dos numerais decimais. Ela introduz esse conteúdo com explicações técnicas, demonstrando como organizar e efetuar a operação.

Destacamos que, dentre as quatorze atividades dessa unidade, cinco envolviam apenas as operações com os números decimais.

Essa característica de enfatizar a técnica e o algoritmo remete-nos ao que Vergnaud, conforme apontam MAGINA *et al.* (2001), chamou de cálculo numérico e de cálculo relacional. O primeiro diz respeito à resolução de problemas baseada nas operações de adição, subtração, multiplicação e divisão. O cálculo relacional, por sua vez, refere-se “[...] às operações do pensamento necessárias para que haja a manipulação das relações envolvidas nas situações” (MAGINA *et al.*, 2001, p. 24). Portanto, podemos concluir que a coleção analisada atribui um valor de destaque ao cálculo numérico.

Ressaltamos que nosso objetivo na análise do livro didático de matemática não se trata de criticar a metodologia ou a concepção de ensino adotada pelo autor. Nosso intuito é fazer uma análise mais aprofundada, embasada teoricamente, e promover junto às docentes, sujeitos da nossa pesquisa, reflexões sobre como determinado objeto de conhecimento é abordado nos livros. Além disso, intentamos sinalizar outras perspectivas que podem ser lançadas mão com vistas a promover uma aprendizagem significativa aos estudantes.

Diante do exposto compreendemos ser de fundamental importância que as docentes tenham acesso às teorias que possam vir a agregar em seu fazer pedagógico mais conhecimentos não só em termos dos conteúdos a serem ensinados, mas também em termos de como ensinar tais conteúdos.

4.2.2 As estruturas aditivas em dissertações e teses

A partir da engenharia didática de formação proposta neste estudo, instigamo-nos em investigar o cenário atual de pesquisas correlatas à nossa e para tal feito buscamos, no mês de setembro de 2020, o site Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD) a fim de colhermos informações sobre a demanda de nossa temática nas pesquisas já realizadas. Apresentamos na Tabela 5 as palavras-chave utilizadas para a busca e os resultados obtidos.

Tabela 5 - Quantitativo de trabalhos disponíveis na BDTD

continua			
Ordem da busca	Palavras-chave	Resultados sem aspas	Resultados com aspas

1 ^a	Estruturas aditivas	843	40
2 ^a	Estruturas aditivas e anos iniciais	10	03
3 ^a	Estruturas aditivas e materiais manipuláveis	0	0
4 ^a	Estruturas aditivas e Base Nacional Comum Curricular	0	0
5 ^a	Estruturas aditivas e Engenharia Didática de Formação	0	0

Fonte: elaborada pela autora.

Ao realizarmos nossa primeira busca, utilizando apenas uma palavra-chave e sem a utilização de aspas, conforme demonstrado na tabela acima, obtivemos como resposta um total de 843 trabalhos. Todavia, os trabalhos que apareceram contemplavam diversas áreas e temáticas, não sendo objeto de interesse neste momento. Necessitamos, portanto, de utilizarmos as aspas de modo a refinar a nossa busca por trabalhos similares ao nosso.

Ao utilizarmos as aspas encontramos 40 trabalhos que ainda apresentavam temáticas diversas e contemplavam outras etapas e modalidades da educação básica. Refinamos nossa busca ao introduzirmos uma segunda palavra-chave. Neste momento obtivemos o resultado de dez trabalhos, conforme mostra o Quadro 6 abaixo.

Quadro 6 - Resultado da segunda busca sem a utilização de aspas

(continua)

Trabalho	Títulos
1 ^o dissertação	Analisando a mobilização do conhecimento pedagógico do professor do 3^o ano (anos iniciais), no campo das estruturas aditivas
2 ^o dissertação	Design da interação de interfaces educativas para o ensino de matemática para crianças e jovens surdos
3 ^o dissertação	A argumentação matemática na resolução de problemas de estrutura aditiva com alunos de EJA
4 ^o dissertação	Preparação e caracterização do nanocompósito fotossensível de acrílico/argila para manufatura aditiva
5 ^o dissertação	Avaliação da aprendizagem matemática no Programa Ler e Escrever
6 ^o dissertação	Resolvendo problemas de multiplicação e divisão envolvendo o agrupamento explícito e implícito
7 ^o dissertação	Jogo de tabuleiro com elementos de RPG “aventura de um livro mágico”: contribuições para a educação matemática
8 ^o	Desnutrição infantil no município de maior risco nutricional do

tese	Brasil: Jordão, Acre, Amazônia Ocidental (2005-2012)
9º dissertação	Aproveitamento de Carepa e E-cat no desenvolvimento de compósitos de polietileno reciclado e modificado com agentes oxidantes
10º tese	Análise histomorfológica das alterações cutâneas ao longo do processo de envelhecimento

Fonte:disponível em:

<https://bdtd.ibict.br/vufind/Search/Results?lookfor=estruturas+aditivas+e+anos+iniciais&type=AllFields&limit=20&sort=relevance>. Acesso em: 10 jul. 2020.

Ao analisarmos os dez trabalhos, da busca sem as aspas, encontramos trabalhos cujas temáticas aparecem em separado ou em etapas escolares distintas da nossa. Quando analisamos os três trabalhos destacados em negrito, cujas palavras-chave foram colocadas com aspas, apenas o primeiro, apresentado no quadro acima, aborda a temática em turma de ensino fundamental I.

Ao realizarmos a leitura do resumo do trabalho intitulado *Analisando a mobilização do conhecimento pedagógico do professor do 3º ano (anos iniciais), no campo das estruturas aditivas*, de Isadora Gonçalves Brasil (2015), observamos que a pesquisa assemelha-se com a nossa no tocante aos sujeitos estudados, uma vez que são professores lotados em turmas do ensino fundamental. Todavia destacamos uma diferenciação na medida em que tais sujeitos são professores recém-egressos do curso de Pedagogia – Licenciatura Plena, pois o objetivo de seu trabalho é investigar se os estudantes egressos do curso de Pedagogia mobilizaram conhecimentos acerca das estruturas aditivas. Nossa pesquisa direciona-se aos professores mais experientes, atuantes em sala de aula há alguns anos.

No tocante à metodologia, nossas abordagens também são distintas, pois o referido trabalho aportou-se no estudo de caso para investigar o fenômeno em questão. Nosso trabalho apresenta uma proposta metodológica baseada na vertente francesa que propõe previsões de comportamento e de obstáculos cognitivos, denominada Engenharia Didática.

A partir da busca realizada e dos resultados obtidos, pudemos observar uma quantidade discreta de trabalhos disponibilizados na BDTD que abordam a temática proposta na nossa pesquisa. Tal fato indica assim a necessidade de um maior aprofundamento em tal campo epistêmico de modo a contribuir para o desenvolvimento e a consolidação das competências matemáticas relativas à resolução de problemas do campo aditivo tendo como recurso didático materiais manipuláveis.

Acreditamos que nossa pesquisa trará aspectos relevantes em relação à formação das professoras, promovendo uma transformação nas práticas pedagógicas, bem como em nível social, uma vez que intentamos a sua reprodutibilidade.

Passamos então ao próximo tópico, no qual refletiremos sobre a formação do pedagogo e sua repercussão no ensino da matemática.

4.3 A dimensão cognitiva: a matemática na formação do pedagogo

Nesta seção trazemos algumas reflexões acerca da formação dos pedagogos em relação à matemática. Compreendemos a relevância desta discussão na medida em que nossos sujeitos são pedagogos que ensinam o componente curricular Matemática aos estudantes do primeiro ao quinto ano do ensino fundamental. Para tanto, contamos com a contribuição de alguns trabalhos já realizados como Santana (2010), Etcheverria (2014), Passos e Nacarato (2018) e Pertile e Justo (2020).

É consenso entre os autores citados que a formação inicial do pedagogo não oferece subsídios teóricos e metodológicos de tal sorte que possibilite ao recém-formado atender toda a demanda curricular. No tocante à matemática, Soares e Carvalho (2011) destacam que a construção dos primeiros conceitos matemáticos nas crianças dá-se nas séries iniciais e por esse motivo a formação inicial do pedagogo também deveria contemplar certo rigor matemático, contudo não é o que se observa nos cursos de pedagogia.

Em trabalho mais recente, Pertile e Justo (2020) constataram que supervisoras pedagógicas acreditam que os professores dos anos iniciais não estão “[...] suficientemente preparados para ensinar matemática conforme o currículo organizado com base na BNCC (BRASIL, 2017b), em função de sua formação inicial” (PERTILE; JUSTO, 2020, p. 625). A partir do excerto, depreendemos que a formação inicial do pedagogo ainda configura-se um desafio no tocante aos conceitos matemáticos bem como às diferentes metodologias que podem ser utilizadas.

De acordo Shulman (2014), os professores deveriam ser formados de modo a garantir, entre outros, o conhecimento do conteúdo e o conhecimento pedagógico do conteúdo. O primeiro relaciona-se ao modo como ele compreende o conhecimento que será objeto de ensino; o segundo refere-se ao modo como o conteúdo será

apresentado ao aluno. Em outras palavras, o professor precisa não somente conhecer, dominar, determinado objeto de conhecimento, mas também deve ter domínio sobre algumas formas de ensiná-lo.

Santana (2010, p. 274) corrobora com nossa reflexão ao destacar que “esses professores ficam à margem de discussões importantes em relação à formação inicial de conceitos matemáticos do conhecimento matemático”. Para esses professores, as lacunas conceituais suprimidas na formação inicial passam a ser perseguidas por meio das formações continuadas em serviço. Passos e Nacarato (2018) apontam que esses professores

Muitas vezes anseiam por programas de formação continuada que lhes deem subsídios para suprir essas lacunas e formadores que se coloquem à sua escuta, com propostas que partam de suas necessidades, num diálogo reflexivo com a teoria, e não apenas oferta de modelos prontos de aula (PASSOS; NACARATO, 2018, p. 120).

Em nossa experiência na educação há quase dezesseis anos, observamos que existe uma predileção entre os pedagogos no que diz respeito ao ensino do componente curricular Língua Portuguesa. Uma hipótese que aventamos diz respeito à própria relação que esses professores tiveram com a matemática quando ainda eram estudantes: a matemática das fórmulas a serem decoradas e sem relação com o dia-a-dia. Moura (2005 *apud* ETCHEVERRIA, 2014) corrobora com nossa reflexão, acerca da formação do pedagogo, ao afirmar que “muitos graduandos têm uma relação com a Matemática que não os satisfaz e dizem que não gostam de Matemática, não têm dom para estudá-la e fracassaram em suas tentativas de aprendê-la” (*ibidem*, p. 45). Neste momento sinto-me pertencente a esse grupo, pois a matemática, a que tive contato na educação básica, era voltada à memorização dos conteúdos e às fórmulas. Os professores que a lecionavam eram considerados os carrascos das turmas, pois as resoluções dos problemas propostos deveriam ser conforme a sua explicação. Essa visão deturpada da matemática era coroada com o reconhecimento de ser uma disciplina punitiva por causa das reprovações.

Em relação à matemática, conforme expusemos na Introdução, o ensino e a aprendizagem desse componente curricular têm se mostrado um grande desafio para a sociedade brasileira. O ensino, porque se faz necessário o domínio dos conteúdos matemáticas como sinalizam a seguir Passo e Nacarato (2018).

A natureza do conhecimento matemático deve estar intrínseca ao trabalho do professor de modo que ele possibilite ao estudante fazer Matemática, que significa construí-la, produzi-la, por meio de resolução de problemas inteligentes ou desafiadores (PASSOS; NACARATO, 2018, p. 126).

A aprendizagem porque, a partir do excerto acima, depreendemos que os conhecimentos matemáticos devem fazer parte do bojo dos conhecimentos docentes com vistas a promover condições propícias ao aprendizado por parte dos estudantes. Esses, por sua vez, devem ser colocados em um patamar de protagonismo do seu processo de aprendizagem no qual “deve ter a oportunidade de dialogar, formular perguntas, elaborar hipóteses, exercitar conjecturas, realizar experimentações e procurar comprovações para encontrar a solução” (PASSOS; NACARATO, 2018, p. 126).

De acordo com Etcheverria (2014), por muito tempo as professoras dos anos iniciais entendiam que o ensino da Matemática deveria ser focado na aritmética, ou seja, “[...] saber a tabuada e saber fazer conta” (ETCHEVERRIA, 2014, p. 45). Reforçamos essa fala direcionando nosso olhar aos livros didáticos, pois conforme analisado e apresentado anteriormente, esse recurso didático ainda contempla atividades cujo objetivo é realizar a operação matemática por meio de algoritmo de maneira isolada, descontextualizada. Tal aspecto corrobora para que os professores, diante desse recurso, reforcem esse modelo de aprendizagem baseado na memorização.

A partir do exposto, depreendemos que o processo de formação do professor dos anos iniciais do ensino fundamental, em relação especificamente à matemática, ainda é ponto de reflexão por parte de vários estudiosos, denotando a necessidade de mais discussões, reflexões e mobilização no tocante a garantir a esse profissional os conhecimentos necessários para cumprir com aquilo a que se propõe: ensinar.

Tendo em vista as fragilidades na formação do pedagogo relacionadas acima, depreendemos que teorias e metodologias específicas em relação à matemática não fazem parte da formação inicial, logo os conhecimentos referentes à Teoria dos Campos Conceituais, especialmente às estruturas aditivas, não fazem parte do repertório do pedagogo e por esse motivo acreditamos que as formações em serviço podem suprir tais lacunas, assim como estamos propondo.

Na próxima seção, apresentamos as situações didáticas pensadas para nossa pesquisa, bem como uma análise dos possíveis comportamentos dos professores, levantando hipóteses sobre o desenvolvimento da situação planejada e de possíveis entraves em sua realização.

5 CONCEPÇÃO E ANÁLISE A PRIORI

Nesta seção trataremos da concepção das situações didáticas a serem desenvolvidas com os sujeitos da nossa pesquisa na fase de Experimentação da engenharia de formação. Além disso, faremos uma análise sobre os comportamentos dos sujeitos, considerando os possíveis entraves e dificuldades que possam surgir no momento em que novas situações são propostas a fim de provocar rupturas nos conhecimentos já consolidados, pois “[...] o professor pode também considerar oportuno por em jogo a ruptura, de maneira que provoque desequilíbrio entre a situação e as competências dos alunos, e fazê-los tomar consciência dos limites dos seus pontos de vista atuais”¹⁸ (VERGNAUD, 2007, p. 288, tradução nossa). Para tal, lançamos mão das quatro fases da Teoria das Situações Didáticas (ação, formulação, validação e institucionalização) a fim de condução da experimentação.

A partir das análises preliminares realizadas no livro didático, tendo como referência a Teoria dos Campos Conceituais e em particular os problemas do campo aditivo, elaboramos as situações didáticas a fim de promovermos rupturas¹⁹ nos conhecimentos, pragmáticos e epistêmicos, de modo a provocar reflexões nas docentes no tocante a uma prática fundamentada teoricamente.

A aplicação da pesquisa terá seis encontros, com duração de duas/horas aulas cada, e acontecerá de maneira virtual por meio do *Google Meet* e do aplicativo de mensagens instantâneas, *WhatsApp*, em virtude da pandemia do novo coronavírus que inviabiliza encontros presenciais. Na formação docente serão desenvolvidas quatro situações didáticas (APÊNDICE B) que acontecerão do segundo ao quinto encontro, nos quais abordaremos os problemas de adição e de subtração presentes nos livros didáticos de matemática (do primeiro ao quinto ano) da coleção *A conquista da matemática*. Frisamos ainda que, após a fase de institucionalização, a formação docente ganha outro contorno visando ampliarmos e aprofundarmos as discussões em relação à TCC, além de fixarmos o novo saber.

¹⁸ Versão original: “[...]el profesor, puede también considerar oportuno poner en juego la ruptura, de manera que provoque desequilíbrio entre la situación a tratar y las competencias de los alumnos, y hacerles tomar conciencia de los límites de sus puntos de vista actuales.”

¹⁹ Usamos a palavra ruptura na acepção de Vergnaud (2011, p. 16) ao dizer que às vezes, a tomada de consciência necessária à formação de uma nova competência exige abandonar ideias e formas de agir anteriores.

Neste momento, serão apresentados *slides*, onde constarão conceitos e exemplos, a respeito da classificação do problema abordado. Salientamos que no primeiro encontro haverá um questionário (APÊNDICE A), elaborado no *Google Forms*, a ser respondido pelas docentes. Tal instrumental terá como propósito obtermos algumas informações sobre: a formação das pedagogas, a prática docente e os conhecimentos teórico-metodológicos. Ademais, o encontro objetivará a apresentação da pesquisadora e da pesquisa, contemplando os objetivos e as teorias que a fundamentam, além da assinatura do TCLE (ANEXO B). Ao final, no sexto encontro, um instrumental avaliativo (APÊNDICE C) será enviado com vistas à obtenção de informações sobre os aprendizados proporcionados, bem como a promoção de um fechamento sobre os encontros formativos. O percurso da experimentação segue conforme apresentado no Quadro 7.

Quadro 7- Divisão dos encontros na fase de Experimentação

Fase	Assunto	Início	Término	Ch
1º Encontro	-Apresentação da pesquisadora e da pesquisa: (objeto e metodologia) -Questionário -TCLE	02 de Junho/ 2021	02 de Junho/ 2021	(2h/a)
2º Encontro	-Situação didática I -Teoria dos Campos Conceituais: estruturas aditivas; problemas de composição -Materiais manipuláveis	07 de Junho/ 2021	07 de Junho/ 2021	(2h/a)
3º Encontro	-Situação didática II -Teoria dos Campos Conceituais: estruturas aditivas; problemas de transformação -Materiais manipuláveis	10 de Junho/ 2021	10 de Junho/ 2021	(2h/a)
4º Encontro	-Situação didática III -Teoria dos Campos Conceituais: estruturas aditivas; problemas de comparação -Materiais manipuláveis	15 de Junho/ 2021	15 de Junho/ 2021	(2h/a)
5º Encontro	-Situação didática IV -Teoria dos Campos Conceituais: estruturas aditivas; problemas de todas as categorias -Materiais manipuláveis	17 de Junho/ 2021	17 de Junho/ 2021	(2h/a)
6º Encontro	-Instrumental avaliativo da formação	23 de Junho/ 2021	23 de Junho/ 2021	(2h/a)

Fonte: elaborado pela autora.

Enfatizamos que a metodologia escolhida para o desenvolvimento da nossa pesquisa visa não só proporcionar aprendizagens às docentes, mas também, e principalmente, “[...] fazer uma transposição, ou seja, uma transformação desse saber sábio, ou saber de referência, para que seja transmitido na escola” (VERGNAUD, 2003, p. 42). Neste sentido, desejamos que a formação desenvolvida reverbere em sala de aula contribuindo para o processo de aprendizado dos estudantes.

Visando uma formação mais didática, apresentaremos os problemas abordando cada relação aditiva (VERGNAUD, 2019) em encontros distintos. Considerando o primeiro encontro destinado à apresentação da pesquisa, no segundo encontro abordaremos os problemas do tipo composição; no terceiro encontro serão abordados os problemas de transformação; no quarto encontro abordamos os problemas de comparação e no quinto encontro será realizada uma síntese do que foi visto, pois abordaremos todas as categorias juntas a fim de verificar os aprendizados estabelecidos nos encontros anteriores. O sexto e último encontro destina-se ao fechamento da pesquisa com a realização da avaliação acerca da formação realizada.

Ressaltamos que a formação não tem a pretensão de abordar com profundidade os preceitos da TCC, por tratar-se de uma vasta teoria. Contudo, planejamos apresentar as principais características dos problemas à luz de Magina *et al.* (2001) por entendermos utilizar uma linguagem mais acessível às docentes. Além disso, visando apresentar a TCC de uma forma mais didática, também serão abordados os diagramas de Vergnaud (1993, 2019). Entendemos ser necessária tal abordagem uma vez que a TCC volta-se para as relações estabelecidas nos problemas, onde o cálculo relacional demonstra explicitamente tais relações.

Destacamos ainda que, em virtude da análise do livro didático, realizada nas análises *a priori*, todos os problemas discutidos nas situações didáticas pertencem aos livros didáticos de matemática dos anos iniciais do ensino fundamental, ou seja, os livros utilizados pelas docentes. Tal feito objetiva ressignificar os conhecimentos docentes acerca dos problemas de adição e de subtração. Nossa intenção é que, a partir das situações didáticas propostas, as docentes percebam as relações estabelecidas nos problemas e assim possam elaborar (ou reelaborar) novos problemas, contemplando outra relação, com o intuito de desenvolver outros

conceitos em situações mais complexas com vistas a mobilizar, nos estudantes, esquemas de pensamento mais elaborados.

Outro destaque a ser feito, diz respeito ao material manipulável. Na fase de experimentação proporemos às docentes a utilização de materiais manipuláveis não estruturados, como grãos e palitos de fósforo, a fim de que, a partir de uma transposição didática (VERGNAUD, 2003), as docentes possam em sala de aula valer-se dos novos conhecimentos. Teremos como objetivo sensibilizá-las quanto aos impactos positivos que tais materiais podem provocar no processo de aprendizagem de alguns conceitos envolvidos nos problemas de adição e de subtração, tais como: quantidades discretas e contínuas; parte-todo; estado-transformação; etc.

Destacamos que, em virtude da fase de Experimentação ser realizada de forma remota, enviaremos em formato pdf, via aplicativo de mensagens instantâneas, *WhatsApp*, o arquivo contendo as situações didáticas. Além disso, no momento da aplicação da pesquisa, elas serão compartilhadas na tela do computador por meio da plataforma *Google Meet*, de modo a facilitar a visualização e a discussão das mesmas. Caso a docente tenha condição, e interesse, poderá imprimir o documento e realizar a atividade na própria folha. Contudo, se não for viável a impressão, ela poderá realizar a atividade em uma folha de papel ofício ou em um caderno. Importa destacarmos que receberemos todos os registros realizados pelas docentes. Elas poderão enviar-nos via *WhatsApp* e *e-mail*, nos formatos *word*, pdf ou jpeg. Salientamos que durante a fase de Experimentação, os encontros acontecerão de maneira síncrona através do *Google Meet* e simultaneamente através do grupo *Matematizando*, criado no *WhatsApp*, uma vez que as quatro professoras serão inseridas nele. Importante ressaltar que, pelo contrato didático a ser estabelecido, tal grupo será voltado especificamente para a discussão das situações propostas na pesquisa. Tal fato justificar-se-á pela necessidade de contemplarmos mais especificamente as fases de formulação e de validação da TSD.

A coleta dos dados dar-se-á durante todo o desenvolvimento dos encontros através de gravação realizada via plataforma de encontros virtuais e de *print screen* dos diálogos ocorridos no aplicativo de mensagens. Destacamos que os sujeitos envolvidos estarão cientes de tais registros, uma vez que assinarão o Termo de

Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE) (ANEXO B), concordando em participar da pesquisa.

Quanto aos instrumentos utilizados na coleta de dados listamos: o questionário (APÊNDICE A); os instrumentais contendo as situações didáticas, os quais se configuram de valioso material de análise, (APÊNDICE B); instrumental avaliativo (APÊNDICE C).

Os recursos utilizados no desenvolvimento das situações didáticas serão: computador/*notebook*, *smartphone*, papel ofício, lápis, borracha, material manipulável não estruturado, energia elétrica e *internet*.

Necessário ressaltar que, pela própria característica da engenharia didática de formação, esse delineamento poderá sofrer alteração no desenvolvimento da experimentação, pois tendo em vista a pesquisa ser realizada com pessoas, sujeitos subjetivos, e em um contexto de pandemia, a realidade poderá imprimir fatos que não foram pensados antecipadamente, requerendo assim adaptações em relação ao planejamento prévio.

Vislumbrando a consecução dos objetivos traçados, apresentaremos a seguir os sujeitos da pesquisa e as situações didáticas.

5.1 Constituição dos sujeitos

Diante da nossa problemática, bem como dos objetivos elencados, escolhemos para sujeitos da nossa pesquisa professoras que ensinam matemática nos anos iniciais do ensino fundamental. A escolha desses sujeitos deve-se à compreensão de que o desenvolvimento de determinadas habilidades e conceitos matemáticos demanda certo tempo, conforme ratificam Magina e Campos (2004). Portanto, compreendemos a necessidade de que as práticas docentes, ao longo dos cinco primeiros anos do ensino fundamental, possam ser fundamentadas em teorias de ensino de modo a efetivar as aprendizagens pertinentes a essa etapa escolar, pois de acordo com Santana (2010, p. 274) “[...] é nas séries iniciais que os estudantes formam os conceitos básicos da matemática, quais sejam, os números e as quatro operações básicas, sem os quais será praticamente impossível o entendimento posterior dos conteúdos matemáticos”.

Nesse sentido, os sujeitos escolhidos são quatro professoras, pedagogas, do ensino fundamental dos anos iniciais. Elas são servidoras públicas do município de

Maracanaú e são lotadas nas disciplinas de Matemática e Ciências da Natureza em uma escola de ensino fundamental I, nos turnos manhã e tarde, localizada no bairro Pajuçara.

Considerando existirem mais de cem professoras que ensinam matemática nos anos iniciais no referido município, concordamos com Gil (2002) quando diz que diante de uma vasta população a ser investigada é mais recomendável a escolha de uma amostra. Ponderando algumas características da engenharia didática com a pesquisa-ação, conforme pontuado por Almouloud e Silva (2012), no tocante aos critérios da escolha dos participantes, Gil (2002) afirma que

Uma amostra intencional, em que os indivíduos são selecionados com base em certas características tidas como relevantes pelos pesquisadores e participantes, mostra-se mais adequada para a obtenção de dados de natureza qualitativa; o que é o caso da pesquisa-ação (GIL, 2002, p. 145).

Portanto, as participantes foram escolhidas em virtude de atenderem a alguns critérios que julgamos pertinentes, tais como: a escola onde trabalham; o tempo que ensina matemática e a lotação de sala de aula nos anos iniciais do ensino fundamental. Justificamos tais escolhas no sentido de: a escola ser de fácil acesso à pesquisadora; a repercussão da experiência docente no repertório teórico-metodológico, uma vez que participam de formação continuada promovida pelo município; o ensino nos anos iniciais do ensino fundamental corrobora com a discussão acerca do desenvolvimento de conceitos de longo prazo conforme proposto por Vergnaud (2011).

A lotação das professoras nas disciplinas de Matemática e Ciências decorre de política municipal, a qual estabelece carga horária distinta para as professoras. Ressaltamos que tal política provém de legislação federal, Lei 11.738/2008²⁰, na qual estabelece no artigo 2º, § 4º “Na composição da jornada de trabalho, observar-se-á o limite máximo de 2/3 (dois terços) da carga horária para o desempenho das atividades de interação com os educandos”. Nesse sentido, deve a carga horária

²⁰ Lei nº 11.738, de 16 de julho de 2008 que dispõe sobre jornada de trabalho extraclasse, entre outros. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2007-2010/2008/lei/11738.htm. Acesso em: 25 de jun. de 2020.

restante ser utilizada para as atividades extraclasse como formações, planejamentos, elaboração de atividades e de avaliações, etc.

Tendo em vista a necessidade de atendimento da legislação vigente, o município de Maracanaú estabeleceu diretrizes para a lotação dos professores pedagogos e os classificou em professores das disciplinas de Linguagens e Ciências Humanas (chamados de P1 ou P3), que têm carga horária em sala de aula de 26h/a, e os professores da Matemática e das Ciências Naturais (chamados de P2) que ficam com as 14h/a restantes, complementando 40h/a semanal. Todavia, de modo à complementação de jornada de trabalho, esses docentes perpassam por quatro turmas, perfazendo um total de 14h/a por turno, totalizando uma carga horária de 28h/a por semana. Uma vez que nosso objeto de estudo está inserido na área da matemática, nossos sujeitos enquadram-se na categoria P2.

Importante ressaltar que o município tem como um dos pilares de sua política pública a formação continuada de professores. Essas formações acontecem mensalmente e são direcionadas para cada grupo de professores. Com isso, o grupo de pedagogas chamado P2 participa de formações apenas nas áreas de matemática e ciências da natureza.

Após contemplarmos nossos sujeitos, passaremos ao detalhamento das situações didáticas propostas. Além disso, em decorrência da metodologia aqui proposta, faremos também a previsão dos comportamentos das docentes em cada uma das questões propostas nas situações.

5.2 As situações didáticas

A seguir descreveremos as quatro situações didáticas planejadas, contemplando as quatro fases da TSD (ação, formulação, validação e institucionalização), com previsões de comportamentos dos sujeitos em cada uma das fases.

De modo geral, esperamos que as docentes percebam que, a partir da TCC, o que está em jogo não é a resolução padronizada dos problemas, mas sim as relações neles presentes, bem como as invariantes operatórias em jogo no momento da resolução. O intuito dos questionamentos presentes nas situações é oportunizar a reflexão, por parte dos sujeitos de nossa pesquisa, acerca das características do problema e não necessariamente a sua solução algorítmica, tendo em vista que, em

nossa percepção, o cálculo numérico não se configura um obstáculo para as professoras. Lembramos, contudo que, pela própria característica de flexibilidade na execução das etapas da engenharia didática, outras provocações poderão ser feitas a fim de mobilizar mais conhecimentos.

Outra consideração a fazermos diz respeito às representações que serão solicitadas às docentes nas situações I e II, conforme apresentado no Apêndice B. De acordo com Santana (2010), Vergnaud utilizou os diagramas para “desenvolver o cálculo relacional e, conseqüentemente, facilitar a compreensão das situações-problemas trabalhadas” (SANTANA, 2010, p. 66).

Ressaltamos que nosso intuito com as situações didáticas é proporcionar às docentes outras perspectivas ao abordarem os problemas de adição e subtração, tais como: as relações²¹ contidas nos problemas, os esquemas mentais mobilizados nas situações e a utilização de materiais manipuláveis como suporte no trato com tal temática. Contudo, salientamos que neste estudo, devido ao tempo de execução da pesquisa, não envidamos aprofundar nossas discussões, junto aos sujeitos, no tocante aos diagramas de Vergnaud (2007). Entendemos, todavia, que se faz necessária uma abordagem mínima de modo a fornecer elementos para discussões futuras.

De maneira preliminar acreditamos que os sujeitos da pesquisa tenham pouco conhecimento em relação à TCC, ou até mesmo a desconheçam. Ressaltamos que nossa abordagem dar-se-á em relação aos problemas do campo aditivo, cujas relações escolhidas para este trabalho são de composição, transformação e comparação, envolvendo os problemas do tipo protótipo e os do tipo extensão (MAGINA *et al.*, 2001).

5.2.1 Situação didática I

A primeira situação (APÊNDICE B) envolve dois problemas de composição, sendo o primeiro do tipo protótipo e o segundo do tipo 1ª extensão, conforme apresentado no Quadro 8.

²¹ As relações que mencionamos são: partes-todo (composição); estados inicial e final (transformação); relação de quantidades (comparação).

Quadro 8 - Problemas da SD I

Problema	Classificação
1- Fábio comprou um sanduíche natural e um suco na lanchonete. O sanduíche custou 5,00 reais e o suco 2,00 reais. Quanto ele gastou na lanchonete?	Composição - protótipo
2- Simone tem 55 reais e quer comprar um carrinho que custa 80 reais. Quanto falta para Simone comprar o carrinho?	Composição – 1ª extensão

Fonte: elaborado pela autora.

No problema tipo protótipo são dadas as partes e busca-se o todo e nos problemas do tipo extensão, tem-se o todo e uma das partes e busca-se a outra parte.

Acreditamos que as professoras, ao analisarem os problemas, não terão dificuldade em classificar, a partir de sua perspectiva, qual é o mais fácil e o mais difícil, conforme solicitado na primeira indagação, tendo em vista o nível de formação das mesmas. Entretanto, à luz da TCC, o primeiro é mais fácil por apresentar uma situação prototípica a qual as crianças têm familiaridade. Compreendemos, contudo, que as respostas das professoras não serão baseadas nessa teoria, mas sim nas características dos problemas como os valores numéricos e a realização de reagrupamento.

Na segunda pergunta, desejamos provocar nas docentes reflexões, análises mais detalhadas e descritivas a respeito das características dos problemas, ou seja, menos voltadas para o algoritmo e o resultado. Por esse motivo, acreditamos não haver consenso entre elas quanto à semelhança ou à diferença entre os problemas. Ademais, por ter solicitado uma descrição das características, as professoras podem apresentar dificuldade nesse aspecto, uma vez que acreditamos não ser rotina realizar esse tipo de análise.

A semelhança nesses problemas dá-se na medida em que pertencem à mesma categoria de problema, cujas características são a presença de um todo e de uma das partes. Quanto às diferenças, observamos que o segundo problema apresenta grau de complexidade maior, uma vez que é preciso operar com um esquema cognitivo diferente, em relação ao primeiro, além da necessidade de subtrair para encontrar o resultado. Entretanto, dependendo dos valores numéricos utilizados, pode-se realizar a soma com vistas a complementar a quantidade.

Quanto à resolução dos problemas utilizando materiais manipuláveis não estruturados acreditamos que as docentes não terão dificuldade. E o propósito é suscitar maneiras diversificadas de utilizarem o material manipulável.

Situação de ação

Nessa fase, esperamos que as professoras aceitem a situação proposta e tomem para si o compromisso em desenvolvê-la da melhor forma. Esperamos, portanto que as professoras leiam os enunciados, analisem os problemas e realizem o que se pede.

Os referidos problemas serão apresentados através da plataforma *Google Meet*, pois neste primeiro momento as professoras realizam a atividade de forma individual. Além disso, o instrumental contendo os problemas será enviado, em formato pdf, ao grupo *Matematizando*, pois caso alguma professora queira imprimi-lo poderá realizar a atividade na própria folha.

Situação de formulação

Momento de troca de informações, de acordo com Almouloud (2007, p. 38) “o aluno troca informações com uma ou várias pessoas, que serão os emissores e receptores, trocando mensagens escritas ou orais”. Neste momento, as docentes, no grupo *Matematizando*, apresentam suas hipóteses às demais colegas, compartilhando suas respostas, valendo-se de uma linguagem adequada, mas ainda não formal.

Nesta fase também está prevista uma formulação geral a respeito do conhecimento em jogo. Portanto, esperamos que as docentes apresentem suas resoluções, mesmo que não sejam capazes ainda de perceberem que os problemas constituem-se com a mesma característica (partes-todo).

Considerando que os problemas apresentam graus de complexidade diferentes, aventamos a possibilidade de constituir-se um obstáculo para as docentes perceberem que pertencem à mesma classificação, ou seja, problemas do tipo composição protótipo.

Situação de validação

Após discutirem conjuntamente na fase anterior, nesta fase as docentes apresentarão as hipóteses elaboradas. Desejamos que as professoras exponham

suas concepções de forma oral, através da Plataforma *Google Meet* e apresentem seus registros elaborados na fase anterior, através do grupo de mensagens.

Ao apresentarem e demonstrarem suas concepções e argumentos, esperamos que as professoras possam estabelecer as características (semelhanças e diferenças) dos problemas do tipo composição, mesmo que de forma intuitiva, e ao final apresentem suas resoluções com os materiais manipuláveis não estruturados.

Situação de institucionalização

Diferente dos momentos anteriores, nos quais os estudantes/professores desenvolvem a situação proposta com a mínima interferência do professor/pesquisador, nesta fase a intervenção do professor/pesquisador é constituinte da formalização dos conhecimentos adquiridos.

Na questão número 1, o problema **1** é mais fácil do que o problema **2** por apresentar uma situação de composição prototípica. O problema **2** por sua vez é do tipo composição de 1º extensão, sendo considerado um pouco mais complexo.

No tocante à semelhança e diferença, tendo como referência a TCC, os problemas são considerados semelhantes por apresentarem o mesmo conceito de composição, ou seja, é constituído de partes e todo.

A terceira questão não será institucionalizada uma vez que as docentes ficarão livres para resolverem os problemas com os materiais não estruturados que dispuseram em casa, além de haver a possibilidade de realizar uma representação pictórica.

Ressaltamos que a formação docente acerca da Teoria dos Campos Conceituais dar-se-á nesta fase (em todas as situações didáticas), momento em que serão mais bem detalhadas as características dos problemas.

5.2.2 Situação didática II

Nesta situação serão contemplados dois problemas do tipo transformação (QUADRO 9), sendo um classificado como transformação de 4ª extensão (estado final – transformação – estado inicial desconhecido) e outro do tipo protótipo (estado inicial – transformação- estado final desconhecido).

Quadro 9 - Problemas da SD II

Problema	Classificação
A-Helena recebeu certa quantia de seus pais, foi ao mercado e fez uma compra de R\$14,00. O caixa do mercado lhe deu R\$ 6,00 de troco. Quantos reais Helena ganhou dos pais?	Transformação 4ª extensão
B- Para a festa de aniversário de Luísa, a mãe dela fez 75 cupcakes. Se os convidados já comeram 44 cupcakes, quantos restaram?	Transformação protótipo

Fonte: elaborado pela autora.

Mencionamos às professoras, nesta situação, algumas características dos problemas de composição, transformação e comparação com o objetivo de provocar reflexões sobre os problemas apresentados à luz da TCC, que classifica os problemas a partir das relações neles presentes. Todavia, os problemas em destaque, conforme explicitado acima, são do tipo transformação.

Abordaremos, ainda que de maneira introdutória, os diagramas propostos por Vergnaud (1993, 2019) com o objetivo de possibilitar às docentes o conhecimento de uma nova estratégia para a resolução de problemas apresentados na formação.

Concluiremos a situação com a proposição de utilização de materiais manipuláveis não estruturados para a resolução dos problemas, visando sensibilizar as docentes que, mesmo no contexto das aulas remotas, é possível lançar mão desses recursos.

Situação de ação

Esta fase caracteriza-se pela iniciativa em executar a proposta dada. Esperamos que as professoras leiam atentamente os problemas e as perguntas, e respondam o que é solicitado.

Lembramos que nesta fase, o desenvolvimento da atividade é individual, portanto desejamos que as docentes a realizem sem a mediação de alguém ou alguma busca em *sites da internet*.

Na pergunta número 1, solicitamos que as professoras identifiquem uma das relações de base, propostas por Vergnaud (1993), nos dois problemas. Acreditamos de maneira preliminar que pode haver dificuldade em identificar tais características, pois entendemos que as docentes têm poucos conhecimentos acerca da TCC. Ponderamos que, o fato de vivenciar a situação didática I, os conhecimentos obtidos naquele momento possam servir de filiação para que elas identifiquem corretamente

a característica dos problemas em questão, excluindo, portanto, a característica de composição, discutida no encontro anterior.

Ademais, os problemas pertencem à mesma classificação (transformação), entretanto apresentam uma diferença, pois a parte desconhecida sofre alteração, o que torna o primeiro problema mais complexo, tendo em vista o estado inicial ser desconhecido. Conforme apontado por Magina *et al.* (2001, p. 48) citando Vergnaud, esse tipo de problema é o mais difícil entre os problemas de transformação. Tal fato justifica-se em decorrência da utilização da operação inversa à situação dada.

A segunda pergunta relaciona-se ao modo de representar o problema. Neste instante nosso intuito não é o trabalho com algoritmos, mas sim provocar reflexões sobre outras formas de representação, especialmente os diagramas propostos por Vergnaud (2007). Acreditamos que as docentes apresentarão formas distintas de representações, incluindo desenhos e até mesmo os algoritmos, uma vez que já têm familiaridade com essa representação. Todavia, não acreditamos que elas apresentem alguma representação em referência aos diagramas, mesmo já havendo sido apresentado no encontro anterior por ocasião da institucionalização dos problemas de composição.

Por fim, solicitamos que apresentem uma resolução utilizando os materiais manipuláveis. Acreditamos que as professoras não apresentarão dificuldade e que usarão objetos diferentes para resolver os problemas, em virtude dos valores apresentados. O primeiro pode ser resolvido com grãos e o segundo com palitos de fósforos com o auxílio do Quadro Valor de Lugar (QVL).

Situação de formulação

Nesta etapa, as docentes compartilharão suas resoluções com as colegas e confrontarão suas respostas. Este é o momento de confrontação de resoluções, no qual o embate de ideias pode levar a uma mudança de compreensão, pois de acordo com Alves (2018, p. 64) “Condições diferentes produzem a necessidade da mudança de informações, argumentos eleitos e a criação de uma linguagem para assegurar/permitir tal mudança”. Portanto, as docentes deverão valer-se de argumentações a fim de sustentar sua ideia, ou modificar a da colega.

Lembramos que nesta fase a argumentação pode acontecer via *WhatsApp*, de tal modo que todas as participantes apontem suas concepções.

Acreditamos que o momento de representação será de diversidade de concepções e criatividade e, portanto, poderemos vivenciar discussões produtivas sobre as representações propostas. Ressaltamos que nesta situação objetivamos introduzir para as professoras os diagramas de Vergnaud (2007) e as extensões propostas por Magina *et al.* (2001), de tal sorte que corroborem para a compreensão das relações contidas nos problemas.

Situação de validação

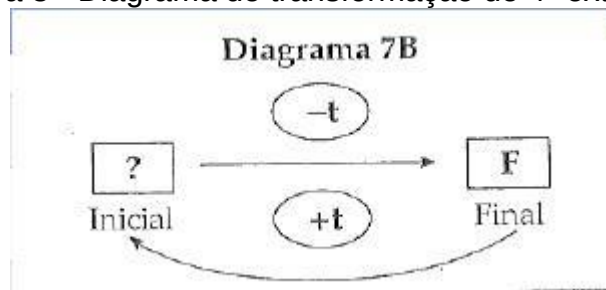
Este é o momento em que, após as discussões, as docentes deverão apresentar um modelo criado a partir do que foi discutido na fase anterior (SANTOS; ALVES, 2017b). Portanto, esperamos que as professoras, em conjunto, apresentem um modelo de representação dos problemas propostos de modo a caracterizar a relação estabelecida no problema.

Situação de institucionalização

Após as professoras apresentarem seus modelos, a professora/pesquisadora deverá “fixar convencionalmente e explicitamente o estatuto cognitivo do saber” (SANTOS; ALVES, 2017b, p. 284). Este momento é marcado pela consolidação do saber construído a partir das discussões anteriores.

No tocante à representação do problema número 1, valer-nos-emos dos diagramas apresentados por Magina *et al.* (2001), conforme Figura 8 abaixo.

Figura 8 - Diagrama de transformação de 4ª extensão

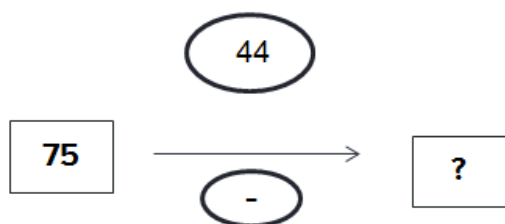


Fonte: Magina *et al.* (2001, p. 47).

Nesse sentido, com a apresentação desse diagrama, pretendemos apresentar um saber já formalizado de modo a ampliar o leque de conhecimentos a respeito da Teoria dos Campos Conceituais.

A representação do problema número dois segue conforme demonstrado na Figura 9 abaixo.

Figura 9 - Diagrama de transformação protótipo



Fonte: elaborado pela autora.

Ressaltamos que a resolução dos problemas utilizando os materiais manipuláveis não será pauta de institucionalização, pois intentamos apresentar às docentes a diversidade quanto às possibilidades de uso desses recursos.

5.2.3 Situação didática III

Esta situação didática tem como objetivo ampliar os conhecimentos das docentes quanto aos tipos de problemas de adição e subtração, ressaltando características desses problemas. Nesta situação didática, os problemas abordados são do tipo comparação. O problema **A** é de 2ª extensão (referido desconhecido) e o **B** é de 3ª extensão (relação desconhecida) (QUADRO 10).

Quadro 10 - Problemas da SD III

Problema	Classificação
A- A mãe de Juliana tinha 33 anos quando a filha nasceu. Se Juliana faz 10 anos hoje, qual é a idade atual da mãe dela?	Comparação 2ª extensão
B- Em um jogo de basquete entre as equipes A e B, o placar do jogo terminou assim: equipe A 94 pontos; equipe B 80 pontos. A equipe A venceu o jogo por uma diferença de quantos pontos?	Comparação 3ª extensão

Fonte: elaborado pela autora.

Esta situação, pela própria característica dos problemas abordados que requerem esquemas mentais mais elaborados, contribuirá para ampliar a percepção das professoras acerca da variedade de problemas de adição e subtração.

Em relação ao primeiro questionamento, acreditamos que as professoras podem apresentar dificuldade, ou pode não haver consenso, ao classificar o problema mais difícil, pois o primeiro tem o referente desconhecido e o segundo tem a relação desconhecida. Nesse sentido, a partir da classificação de Magina *et al.* (2001), concluímos que o problema **B** configura-se com grau de dificuldade mais elevado, em decorrência da relação nele estabelecida, uma vez tratar-se de um problema de comparação 3ª extensão. Na questão número dois, elas deverão resolver os problemas livremente e de maneira preliminar acreditamos que elas resolverão os problemas por meio de algoritmos, sem utilizar material manipulável. E por fim, acreditamos que elas possam apresentar algum obstáculo na identificação da característica do problema que é a relação entre medidas.

Situação da ação

Diante do professor/pesquisador as docentes assumem o compromisso em desenvolver a situação posta. Portanto, esperamos que as docentes ao receberem a folha adotem um comportamento ativo e interessado em fazer individualmente o que foi proposto.

Situação de formulação

Momento de troca de informações e de compartilhar suas respostas. Esperamos que as professoras troquem informações umas com as outras, e com o professor/pesquisador, socializem suas produções. Nesse momento as professoras precisam apresentar e discutir as respostas de modo a, se necessário, contestar as respostas das demais.

Quanto às resoluções dos problemas, em termos de algoritmos, acreditamos que não se configurarão obstáculo nesse processo. Contudo, esperamos que apareçam formas variadas de resolver os problemas, e em especial com a utilização dos materiais manipuláveis.

De modo similar deve acontecer ao estabelecerem a característica dos problemas apresentados. Antecipamos que haja divergências quanto à classificação, mas que com discussões e argumentações elas chegarão à resposta correta.

Situação de validação

As docentes deverão argumentar com o intuito de validar as respostas apresentadas. Portanto esperamos que elas tenham superado os entraves anteriores de modo a demonstrarem novos conhecimentos no tocante à complexidade dos problemas, à resolução dos problemas utilizando variadas formas de representação e à identificação dos problemas de comparação.

Situação de institucionalização

A professora/pesquisadora interage com as docentes de modo a explicitar que o problema mais difícil é o problema **B** por ser de comparação 3ª extensão.

No tocante à resolução dos problemas não apresentaremos institucionalização, pois objetivamos observar as variadas formas de representação que as professoras produzirão, antecipando que a estratégia predominante será com o cálculo numérico.

Quanto à questão três, a pesquisadora apresentará as características envolvidas nos dois problemas, explicitando que o problema **A** também é de comparação, mas apresenta diferença quanto à relação nele existente, uma vez que o referido é desconhecido sendo, portanto de 2ª extensão.

5.2.4 Situação didática IV

A situação didática IV configura-se como um fechamento desse percurso formativo, pois ela envolve as características dos três tipos de problemas discutidos nas situações anteriores: composição, transformação e comparação.

Conforme apresentado na Tabela 3, os livros didáticos utilizados pelas docentes, nas unidades relativas às operações matemáticas e à resolução de problemas, são compostos, em grande parte, por problemas de composição protótipo. Esse fato pode implicar em poucas vivências dos estudantes com variados tipos de problemas de adição e subtração, tendo em vista ser o livro de matemática o recurso didático utilizado pelas docentes com mais frequência em sala de aula. Neste sentido, a situação por hora planejada visa apresentar as três categorias simultaneamente de modo que as docentes vivenciem as diversas características que os problemas podem apresentar.

Nesta situação, a proposta é que, a partir de um problema de composição protótipo (QUADRO 11), elas possam adaptá-lo de tal sorte que assuma características das outras duas relações: transformação e comparação.

Quadro 11 - Problema da SD IV

Problema	Característica
Em um parque há 30 bicicletas para adultos e 25 bicicletas infantis para alugar. Quantas bicicletas há para alugar no parque?	Composição protótipo

Fonte: elaborado pela autora.

Nosso objetivo é provocar reflexões e análises nos problemas contidos nos livros didáticos de matemática na perspectiva de que as professoras sejam capazes de adaptar um problema de uma determinada relação em um problema de outra. Ademais, intentamos analisar quais estratégias elas utilizarão para resolvê-los, por exemplo, cálculo numérico, material manipulável, expressões numéricas, diagramas.

Acreditamos que as professoras poderão apresentar entraves de ordem epistemológicos²² para responder ao comando proposto, tendo em vista a aproximação com a Teoria dos Campos Conceituais ter sido favorecida em decorrência da formação que têm vivenciado. Além disso, compreendemos que o fator tempo, considerando a pouca quantidade de encontros formativos, seja um obstáculo para consolidar as aprendizagens. Ademais, pensamos que a dificuldade maior dar-se-á em relação a transformar o problema em um de comparação, tendo em vista essa relação não apresentar características prototípicas.

Situação de ação

Ao receberem o documento, as docentes deverão ler o problema e o enunciado do comando logo abaixo. Após a leitura, esperamos que elas mobilizem alguns conhecimentos adquiridos por ocasião da formação vivenciada e respondam o que se pede.

Lembramos que nesta fase a tentativa de resolução das professoras dá-se de maneira individual.

²² “Obstáculos de origem epistemológicos são aqueles que não podem, nem devem, ser evitados, pois são constitutivos do conhecimento propriamente dito” (BROUSSEUA, 2008, p. 51).

Situação de formulação

Após a tentativa individual, as docentes são convidadas a discutirem coletivamente suas resoluções apresentando suas respostas e emitindo suas opiniões e argumentações na tentativa de ratificar sua compreensão.

Esperamos que este momento seja de bastante interação entre elas e que a discussão e a análise dos problemas elaborados sejam proveitosas para demonstrarem os conhecimentos adquiridos e argumentarem de modo a sustentarem suas hipóteses.

Situação de validação

Nesse momento a argumentação e a demonstração para defender o que foi discutido anteriormente, pois de acordo com Santos e Alves (2017b) pode ser necessário explicar mais detalhadamente ou, por outro lado, também pode haver a refutação das explicações, desde que seja justificada. Ansiamos que as docentes compartilhem suas produções e apresentem problemas que contemplem as características solicitadas: transformação comparação, tanto do tipo protótipo como do tipo extensão.

Situação de institucionalização

Nesta fase, toda a discussão realizada anteriormente recebe a intervenção direta do professor/pesquisador, pois é nesse momento em que todo o saber construído passará a fazer parte do repertório daquele grupo. De acordo com Almouloud, “depois da institucionalização, feita pelo professor, o saber torna-se oficial e os alunos devem incorporá-lo a seus esquemas mentais, tornando-o disponível para a resolução de problemas matemáticos” (ALMOULOU, 2010, p. 38 *apud* ALVES, 2016b, p. 78). Na ocasião, a pesquisadora apresentará através de *slides* dois problemas com características de transformação e de comparação, respectivamente, conforme apresentado abaixo.

Ex1. Em um parque havia bicicletas para alugar. Inicialmente eram apenas 30 bicicletas para adultos, mas posteriormente foram adquiridas 25 para crianças. Com quantas bicicletas ficou o parque? (transformação protótipo).

Ex2. Em um parque há 25 bicicletas infantis e 30 para adultos. Quantas bicicletas para adultos o parque tem a mais?(composição 3ª extensão).

Ao final, a classificação dos problemas será ratificada conforme formação desenvolvida, à luz da TCC, e desejamos que esse conhecimento possa ser incorporado aos conhecimentos teórico e metodológico das docentes de modo a possibilitar variedade de situações propostas aos estudantes objetivando o ensino fundamentado das estruturas aditivas.

A seção seguinte destina-se à próxima fase da engenharia didática, Experimentação. Nela, detalhamos como os quatro encontros formativos foram desenvolvidos, bem como descrevemos toda a participação das docentes no decorrer da resolução das situações didáticas.

6 EXPERIMENTAÇÃO

A fase da experimentação foi guiada pelas etapas da Teoria das Situações Didáticas (ação, formulação, validação e institucionalização), nas quais diante da situação proposta as professoras foram instigadas a participarem de forma crítica e ativa na perspectiva de construir um saber consciente. Nesta fase, os sujeitos de nossa pesquisa colocaram em prática todo o saber já consolidado e foram provocados com novos saberes em jogo, os quais poderiam ser validados ou não.

Nossa pesquisa objetivou investigar, à luz da Engenharia Didática de 2ª geração, de que maneira o conhecimento acerca da Teoria dos Campos Conceituais pode repercutir na formação docente no tocante ao ensino das estruturas aditivas nos anos iniciais do ensino fundamental, tendo como suporte didático materiais manipuláveis. Intentamos provocar algumas rupturas dos conhecimentos já consolidados oportunizando novas aprendizagens de modo que, em uma ação de transposição, esses novos conhecimentos repercutam no ensino das estruturas aditivas e na utilização de materiais manipuláveis.

Destacamos que durante a realização das situações didáticas propostas, as docentes foram desafiadas não só a resolverem algumas situações matemáticas envolvendo problemas matemáticos do campo aditivo com a utilização de materiais manipuláveis, mas também, e principalmente, a refletirem sobre as características dos problemas, observando quais são as relações neles estabelecidas. Além disso, chamamos atenção para a utilização dos diagramas de Vergnaud (2007) enquanto estratégia para a resolução dos problemas.

A fim de obtermos mais informações a respeito dos sujeitos de nossa pesquisa, elaboramos um questionário, que foi respondido no primeiro encontro, cujas respostas apresentamos a seguir.

6.1 O primeiro encontro

O primeiro foi destinado à apresentação da pesquisadora e da pesquisa junto às docentes. Na oportunidade, a pesquisadora fez uma breve contextualização acerca da problemática apontada na pesquisa e apresentou os objetivos a serem alcançados por ocasião da fase de experimentação.

A pesquisadora apresentou, através do compartilhamento de tela do computador, *slides* abordando a fundamentação teórica e metodológica, momento em que explanou os principais pontos no tocante à Teoria dos Campos Conceituais, à Engenharia Didática e à Teoria das Situações Didáticas.

Além disso, aconteceu a apresentação e a leitura do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido, o qual foi enviado para as docentes via *WhatsApp*. E por fim, aconteceu a resolução do questionário, o qual foi disponibilizado através de um *link* do *Google Forms*, enviado às docentes via aplicativo de mensagens.

Importa destacarmos o fato de as professoras terem suas identidades preservadas e para isso elas foram convidadas a escolheram os codinomes pelos quais gostariam de ser chamadas, conforme podemos ver especificado na Tabela 6 abaixo.

Tabela 6 - Codinome, turma de lotação e tempo em que ensina matemática

Codinome	Turma(s)	Tempo em que ensina matemática
Violeta	1º e 2º	3 anos
Tulipa	3º	10 anos
Amor-perfeito	3º e 5º	17 anos
Girassol	4º	06 anos

Fonte: dados da pesquisa.

A primeira pergunta tratava da formação inicial das docentes e a segunda sobre o tempo de profissão. Constatamos que todas as professoras são formadas em Pedagogia e o tempo de profissão varia entre 15 e 32 anos.

As perguntas de número três e quatro indagavam, respectivamente, sobre as turmas e as disciplinas que ensinam. Ratificamos que todas as pedagogas ensinam em turmas do ensino fundamental I (TABELA 6) e são lotadas nos componentes curriculares de Matemática e Ciências.

Quanto à quinta questão interessava-nos saber há quantos anos as docentes ensinam matemática e as respostas variaram entre três e dezessete anos, conforme demonstrado na Tabela 6 acima.

No tocante à pergunta de número seis, que tratava de formação em serviço, as professoras afirmaram participar uma vez por mês, sendo essas realizadas pela equipe de formadores da secretaria de educação do município.

A sétima pergunta estava relacionada à quantidade de dias que ensinam matemática. Todas afirmaram que as aulas acontecem em dois dias da semana em, cada turma.

A próxima pergunta, indagava sobre os recursos didáticos utilizados pelas docentes nas aulas presenciais de matemática. As respostas estão demonstradas no Quadro 12 a seguir.

Quadro 12 - Recursos didáticos utilizados pelas docentes

Professora	Recurso didático
Violeta	Livro didático, jogos, livro paradidático que envolve Matemática, cartazes,
Tulipa	Livros, cadernos, jogos, pesquisas, etc.
Amor-perfeito	Quadro branco, livro didático, jogos educativos, notebook, retroprojektor, materiais manipuláveis (tampinhas, palito, caixas, etc), panfletos de lojas e supermercados, atividades impressas.
Girassol	Livros e outros materiais produzidos como cartazes. Dependendo do conteúdo utilizo materiais manipuláveis como material dourado, dominó, etc.

Fonte: dados da pesquisa. Respostas extraídas do questionário.

Também foi objeto de investigação, na pergunta de número 9, quantos dias da semana elas utilizam o livro didático de matemático nas atividades de classe. As professoras Tulipa e Amor-perfeito responderam que utilizam nos dias em que estão em sala de aula, ou seja, nos dois dias da semana. As docentes, Violeta e Girassol, informaram que utilizam o livro didático em um ou dois dias.

A pergunta de número dez estava relacionada à abordagem aos problemas envolvendo as operações matemáticas. As respostas seguiram-se conforme demonstrado no Quadro 13.

Quadro 13 - Abordagem dos problemas matemáticos

Professora	Abordagem
Violeta	Através de aula expositiva e alguns materiais
Tulipa	Sempre com exemplos do cotidiano do aluno.
Amor-perfeito	A princípio retomo os termos e as ideias da operação trabalhada. Em seguida, apresento aos alunos alguns problemas. Peço para que façam a leitura. Destaco os números e a pergunta do problema. Questiono qual a ideia que está presente em cada situação. Após ouvir as respostas, comento a ideia e o cálculo matemático.
Girassol	Utilizo quadro de valores, tabuada e algum material manipulável.

Fonte: dados da pesquisa. Respostas extraídas do questionário.

A décima primeira pergunta indagou sobre a utilização de materiais manipuláveis. Três quartos das professoras responderam utilizar o material dourado, conforme podemos observar no Quadro 14 abaixo.

Quadro 14 - Utilização de materiais manipuláveis

Professora	Material manipulável utilizado
Violeta	Tampinhas, palitos, bolinhas, etc.
Tulipa	Sim. Material dourado, tampinhas, palitos, dominó, dado, dentre outros.
Amor-perfeito	Sim. Material dourado, tampinhas, palitos, bolinhas de papel, CD.
Girassol	Sim. Material dourado é o mais utilizado.

Fonte: dados da pesquisa. Respostas extraídas do questionário.

A próxima pergunta questionava se, no contexto das aulas remotas, há utilização de materiais manipuláveis ao abordar os problemas de adição e subtração. Como observamos no Quadro 15, metade das docentes afirmou não utilizar.

Quadro 15 - Utilização de materiais manipuláveis nas aulas remotas

Professora	Material manipulável nas aulas remotas
Violeta	Ainda não utilizei
Tulipa	Não.
Amor-perfeito	Sim. Material Dourado, palitos, bolinhas de papel, CD.
Girassol	Algumas vezes. Caixas, palitos.

Fonte: dados da pesquisa. Respostas extraídas do questionário.

O questionamento número treze interessava-se em investigar se os estudantes também utilizavam materiais manipuláveis durante as aulas remotas. As respostas seguem no Quadro 16.

Quadro 16 - Utilização de materiais manipuláveis pelos estudantes

Professora	Material manipulável usado pelos estudantes
Violeta	Usaram objetos de casa que se assemelham com sólidos geométricos, ainda não utilizei em problemas de adição e subtração.
Tulipa	Não. Tendo em vista as dificuldades dos alunos.
Amor-perfeito	Sim. Palitos, bolinhas de papel.
Girassol	Algumas vezes eles sentem a necessidade de mostrar fazendo.

Fonte: dados da pesquisa. Respostas extraídas do questionário.

As quatro últimas perguntas tinham como objetivo investigar se as teorias propostas em nossa pesquisa estavam presentes nas práticas docentes. No décimo quarto questionamento, perguntamos se alguma teoria embasava a prática docente no tocante ao ensino dos conteúdos matemáticos. As professoras responderam de acordo com o Quadro 17.

Quadro 17 - Ensino embasado em teoria

Professora	Prática docente embasada em teoria
Violeta	Não
Tulipa	Não.
Amor-perfeito	Sim. A Base Nacional Comum Curricular.
Girassol	Não

Fonte: dados da pesquisa. Respostas extraídas do questionário.

A pergunta de número quinze dizia respeito à utilização de alguma teoria para o ensino das operações matemáticas e as respostas seguem demonstradas no Quadro 18.

Quadro 18 - Resposta número 15 do questionário

Professora	Teoria para o ensino das operações matemáticas
Violeta	Não
Tulipa	Não.
Amor-perfeito	Sim. A Base Nacional Comum Curricular.
Girassol	Não

Fonte: dados da pesquisa. Respostas extraídas do questionário.

A próxima pergunta destinava-se a investigar se as professoras conheciam a Teoria dos Campos Conceituais (TCC). Apenas a professora Girassol respondeu ter alguma informação sobre ela. Vejamos as respostas no Quadro 19.

Quadro 19 - Resposta número 16 do questionário

Professora	Conhecimento sobre a TCC
Violeta	Não
Tulipa	Não.
Amor-perfeito	Não.
Girassol	Já ouvi falar nas formações.

Fonte: dados da pesquisa. Respostas extraídas do questionário.

A última pergunta dizia respeito ao conhecimento em relação à Teoria das Situações Didáticas (TSD). As respostas das docentes constam conforme apresentadas no Quadro 20.

Quadro 20 - Resposta número 17 do questionário

Professora	Conhecimento sobre a TSD
Violeta	Não
Tulipa	Não.
Amor-perfeito	Não.
Girassol	Só nas formações. Muito vago.

Fonte: dados da pesquisa. Respostas extraídas do questionário.

Conforme proposto, esse questionário teve como objetivo coletarmos algumas informações no tocante principalmente ao fazer docente e aos conhecimentos teóricos acerca das teorias abordadas neste estudo.

Após a resolução do questionário, a pesquisadora agradeceu a participação e a colaboração das docentes encerrando o primeiro encontro.

6.2 Situação didática I: os problemas de composição

Iniciamos o segundo encontro com a presença das quatro docentes, sujeitos de nossa pesquisa, via *Google Meet*, explanando acerca da dinâmica de trabalho, reforçando a teoria metodológica que fundamenta a aplicação da pesquisa e apresentando o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE), que foi enviado às docentes via *WhatsApp*. Além disso, a pesquisadora comunicou a temática do encontro, ou seja, os problemas de composição, relativos à Teoria dos Campos Conceituais.

A situação didática I tinha por objetivo proporcionar discussão acerca dos problemas de composição. Selecionamos dois problemas que constam nos livros didáticos, sendo um do tipo protótipo e outro do tipo 1ª extensão.

Ao iniciarmos a seção, instituímos o contrato didático, no qual ficou estabelecido que:

- as professoras participariam dos encontros por livre consentimento;
- os encontros remotos seriam realizados via *Google Meet* e *WhatsApp*;
- tudo o que fosse discutido no grupo do aplicativo de mensagens deveria permanecer nele;

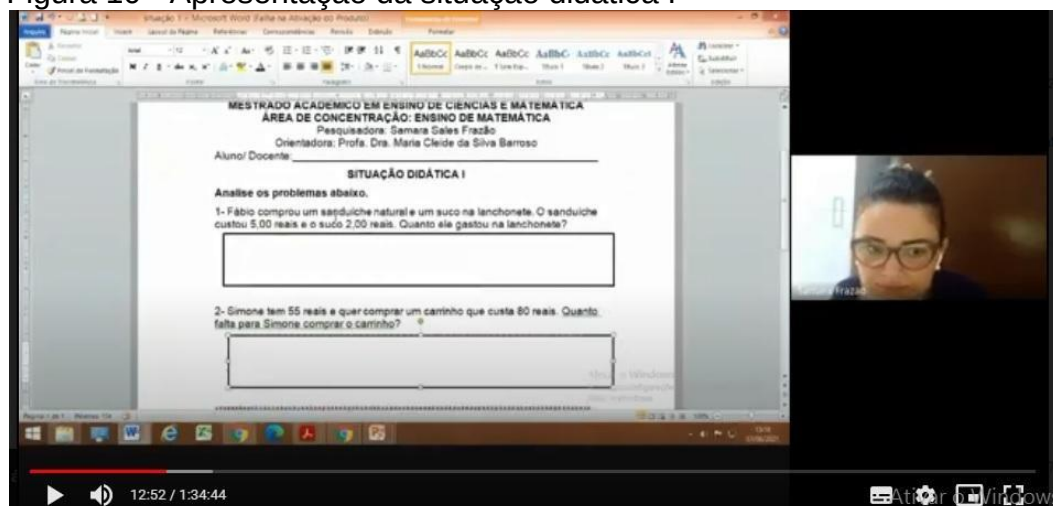
- o aplicativo de mensagens seria usado apenas para fins da aplicação da pesquisa, tendo como objetivo a discussão e o envio das resoluções das professoras, e ao final seria desfeito;
- fariam parte do grupo apenas as docentes e a pesquisadora;
- durante a resolução das situações não poderiam consultar *sites* ou outras fontes;
- ao resolverem as situações propostas, as professoras deveriam encaminhar suas resoluções em foto e/ou áudio ao grupo, via aplicativo de mensagens.

As professoras foram informadas de que todo o material produzido por elas estará sob sigilo e será usado para fins da realização da pesquisa. Além disso, informamos também que suas identidades seriam preservadas.

A situação didática I, composta por dois problemas do tipo composição (um do tipo protótipo e outro do tipo 1ª extensão) e três questionamentos, instigava as professoras a observarem os problemas por outra perspectiva, para além da resolução com algoritmos. Para provocar tal reflexão, propusemos três perguntas: qual problema considerava mais fácil e mais difícil e por quê; as semelhanças e diferenças dos problemas e como seria a abordagem desses problemas com a utilização de materiais manipuláveis não estruturados.

A situação didática foi encaminhada às docentes, em formato pdf, via aplicativo de mensagens, e apresentada no computador por meio do compartilhamento de tela, conforme apresentado na Figura 10.

Figura 10 - Apresentação da situação didática I



Fonte: dados da pesquisa.

Após a apresentação da situação, a pesquisadora realizou a leitura dos problemas e das três perguntas. Na ocasião, solicitou que as professoras providenciassem o material manipulável não estruturado que estivesse acessível a elas: feijão, ou milho, e palito de fósforo.

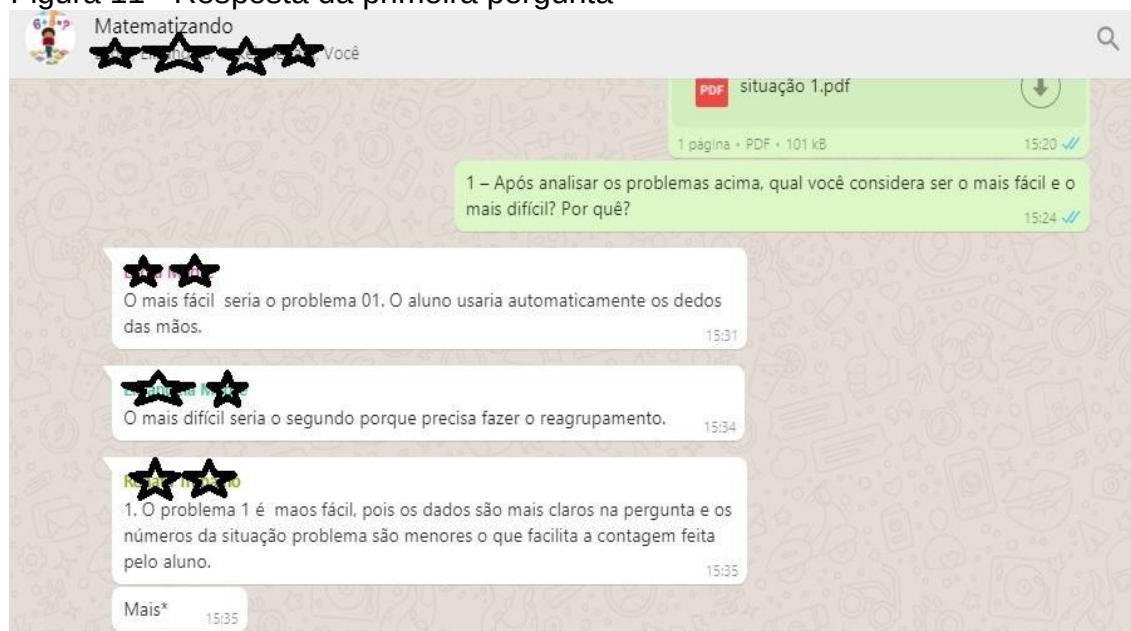
Em seguida, a pesquisadora informou os próximos passos a serem dados: a resolução individual e a discussão coletiva. Informou ainda que a resolução poderia ser feita em folha de A4 ou em folha de caderno.

Considerando que as fases da TSD não são por si só estanques e lineares, pois conforme Brousseau (2008, p. 32) “[...] as sucessões de situações de ação, formulação e validação podem conjugar-se para acelerar as aprendizagens (sejam elas espontâneas ou provocadas)”, considerando ainda que “Uma dialética de validação consistirá em várias dialéticas particulares de ação ou de formulação” (*idem*, 2002, p. 17), optamos em realizar a análise das situações descrevendo os momentos de modo contínuo, sem segmentar em subseções, sinalizando as dialéticas no decorrer do texto.

Após cerca de dez minutos, as docentes comunicaram que haviam terminado e foi solicitado que respondessem aos questionamentos no aplicativo de mensagens. Nesse momento, uma das professoras perguntou se poderia ser respondido ali mesmo, de forma oral, contudo orientamos que respondessem no grupo do *WhatsApp*, pois viabilizava a coleta dos dados. Outra professora retrucou que o celular estava “só a misericórdia!”, pois estava com dificuldade para pegar carga e mais uma vez perguntou se podia responder oralmente naquele momento e depois enviaria a atividade no grupo, então foi respondido afirmativamente. Contudo, deixamos claro que foi possível realizar as interações nos dois ambientes.

No tocante à primeira questão, na qual era solicitado que respondessem qual problema seria o mais difícil e o mais fácil e que justificassem sua opinião, três das quatro docentes responderam, via *WhatsApp*, que o problema 1 era mais fácil e o problema 2 era mais difícil, conforme demonstrado na Figura 11 abaixo. Além disso, justificaram que os valores numéricos baixos e o fato de não necessitar de reagrupamento tornava o problema 1 mais fácil. A professora Violeta respondeu oralmente, via *Google Meet*, compreendendo que o problema número 1 era o mais fácil por apresentar numerais menores.

Figura 11 - Resposta da primeira pergunta



Fonte: dados da pesquisa.

Em relação à segunda pergunta, sobre a semelhança ou diferença dos problemas, a professora Violeta respondeu oralmente no *Google Meet* da seguinte forma:

De... inicialmente eu acho que elas são diferentes... uma de adicionar e a outra né... Mas eu acho que com seus estudos e tal... Com os aprofundamentos dos estudos [...] eu acho que elas acabam sendo semelhantes. Tá entendendo?

A professora Girassol informou oralmente que pensa conforme a colega anterior. Ela comunicou saber que os problemas são semelhantes, mas não sabia explicar naquele momento as características de serem semelhantes. A docente complementou sua fala, dizendo que os alunos compreenderiam que os problemas são diferentes, e que teriam muito mais dificuldade, uma vez que “os números são maiores... pela questão do reagrupamento...”. Dando continuidade à sua fala, a professora Girassol destacou que

Geralmente, quando a gente tá fazendo alguma atividade sobre situação-problema eles perguntam antes de ler: “É de mais ou é de menos?” Né! Eles não sabem ler o problema e interpretar para poder selecionar o cálculo, né!

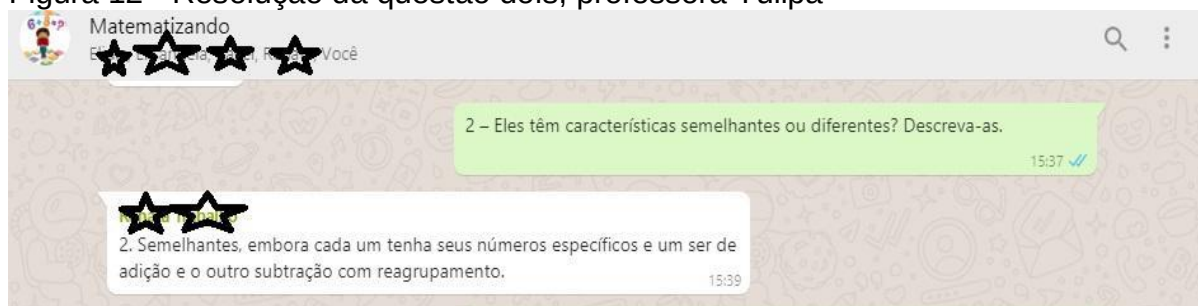
Em seguida, a professora Amor-Perfeito, tendo respondido no aplicativo de mensagens que os problemas são diferentes, uma vez que o primeiro apresenta a ideia de juntar e o segundo de complementar, corroborou com a colega anterior no sentido de observar o problema sob a ótica dos estudantes e confirmou que eles diriam que os problemas são diferentes. Informou ainda que, antes de iniciar o trabalho com “as situações-problemas propriamente ditas”, gosta de trabalhar com a noção das ideias. De acordo com ela

Na adição a gente trabalha né com a ideia do juntar e do acrescentar. Quando chega na parte da subtração a gente já vai trabalhar no caso né a ideia do tirar, é... de quanto falta...

Quanto à segunda questão, para a professora Amor-perfeito, estava relacionada à ideia do “quanto falta” e por isso os estudantes iriam identificar os problemas como diferentes. Portanto, a professora Amor-perfeito justifica sua decisão em afirmar que os problemas são diferentes por compreender que o segundo problema trabalha ideia diferente do primeiro.

A professora Tulipa, que interagiu apenas pelo aplicativo de mensagem, conforme podemos observar na Figura 12 baixo, compreendeu que os problemas têm características semelhantes, mas também apresentam diferenças.

Figura 12 - Resolução da questão dois, professora Tulipa



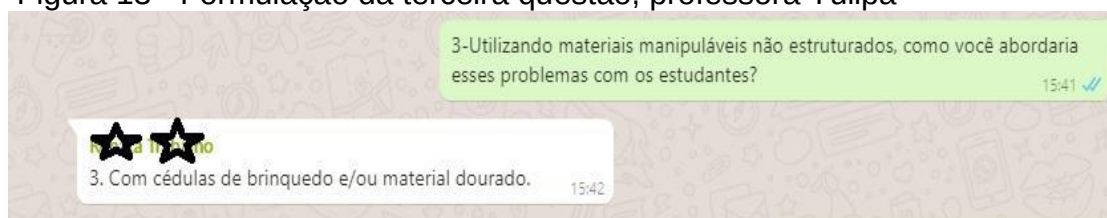
Fonte: dados da pesquisa.

Em seguida, passamos para a terceira questão que indagou às docentes como elas abordariam esses problemas com os estudantes utilizando para isso materiais manipuláveis não estruturados. Relembramos que o objetivo desse questionamento foi provocar as docentes a realizarem a atividade com o material que dispõem em casa e assim, a partir da demonstração, possibilitar às colegas visualizar maneiras diversas de resolver o mesmo problema.

A primeira a responder foi a professora Violeta. Ela descreveu oralmente como trabalharia com os estudantes, sugerindo como seria em atividade presencial, contemplando assim as dialéticas de formulação e validação. Em relação ao primeiro problema ela sugeriu que poderia ser simulada, em especial com os estudantes do primeiro ano do ensino fundamental, uma lanchonete onde os produtos poderiam ser desenhados e os estudantes realizariam a ação de comprar o lanche. Quanto ao segundo problema, ela respondeu que poderia utilizar as cédulas fictícias. Destacamos que, mesmo sob a orientação da pesquisadora para utilizar o material manipulável, a referida professora não apresentou a resolução dos problemas com a utilização desses materiais.

No aplicativo de mensagens, a professora Tulipa formulou sua resposta informando que trabalharia com cédulas de brinquedo e/ou material dourado, conforme apresentado na Figura 13.

Figura 13 - Formulação da terceira questão, professora Tulipa



Fonte: dados da pesquisa.

No momento de validação, ou seja, de apresentar suas concepções às colegas, a professora não se pronunciou.

A professora Girassol, formulou no grupo de *WhatsApp* como poderia resolver os problemas com os estudantes. Em relação ao primeiro problema, ela optou em representar através de linguagem pictórica. O segundo problema foi representado com cálculo numérico e representação pictórica do material dourado, conforme observamos nas Figuras 14 e 15, respectivamente.

Figura 14 - Formulação primeiro problema, professora Girassol

1ª Situação

S.M
 $5 + 2 = 7$

Cálculo

$$\begin{array}{r} +5 \\ 2 \\ \hline 7 \end{array}$$

 +  =  

R\$ 5,00 + R\$ 2,00 = R\$ 7,00

Resp: Fábio gastou 7 reais na lanche
 nite.

Fonte: dados da pesquisa.

Figura 15 - Formulação segundo problema, professora Girassol

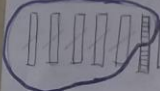
2ª Situação

$55 - 80 = 25$

Cálculo

$$\begin{array}{r} 780 \text{ (Todo)} \\ - 55 \text{ (Parte)} \\ \hline 25 \text{ (diferença)} \end{array}$$

  (55) 5 dezenas, 5 unidades

 (80) 8 dezenas

Fonte: dados da pesquisa.

Em seguida, em uma dialética de validação, a professora Girassol tomou a fala, via *Google Meet*, corroborando com a colega anterior no sentido de também utilizar uma representação pictórica enquanto estratégia para resolver esses problemas com os estudantes do quarto ano do ensino fundamental, como pudemos observar nas figuras 14 e 15 acima. A justificativa para utilização dos desenhos é que, de acordo com a professora, “Com o que eles veem eles aprendem com mais facilidade”. A professora relatou ainda que para resolver o problema poderia utilizar o dinheiro fictício, uma vez que já abordaria também o conteúdo sistema monetário, pois de acordo com ela, os estudantes apresentam dificuldade em registrar o cifrão no lugar correto, uma vez que o colocam após o valor da quantia.

Em relação ao segundo problema, a professora Girassol relatou o seguinte:

Como a ideia da subtração é de completar, é de tirar... 'Eu não tenho dedos suficientes pra fazer isso né?', eles vão pensar! Então eles vão usar coisas que tenham em quantidade. Podia trabalhar com grãos de milho ou de feijão... ou caixas de fósforo, palitos de fósforo... mas eu ainda prefiro os grãos, porque os palitos têm que ser riscados né? Porque senão eles riscam na hora rsrs.

A docente destacou ainda que os problemas que apresentam a ideia de completar quantidades e de calcular a diferença apresentam grau de dificuldade maior para os estudantes, uma vez que eles não têm a compreensão de que o reagrupamento trata-se disso. Ela completou sua fala afirmando que por apresentar números altos as crianças, principalmente as menores, teriam dificuldade.

Durante a dialética de validação da questão três, a professora Amor-perfeito retomou a fala abordando a terceira questão e afirmou que, no caso do primeiro problema, por apresentar números menores, há muitas formas de trabalhar utilizando os materiais manipuláveis. Ela citou: tampinhas, bolinhas de papel, palitos de picolés, etc. No tocante ao segundo problema, a docente afirmou que o trabalho fica mais complicado pelo fato de apresentar número maior. Entretanto ela compreendeu que há condições de utilizar palitos (fósforo e picolé) e tampinhas. A docente concluiu sua fala afirmando que em sala de aula presencial desenvolveria esse trabalho com o material dourado,

[...] pois eu acho mais fácil trabalhar com o material dourado quando a gente já vai partir para a questão do reagrupamento!

Após a fala da professora, a pesquisadora retomou a fala para finalizar a primeira situação didática.

Na última fase da experimentação, a institucionalização, momento de “conferir um *status* aos eventos da classe vistos como resultados dos alunos e do processo de ensino” (BROUSSEAU, 2008, p. 31, grifo do autor), a pesquisadora iniciou afirmando que as professoras identificaram com êxito que o problema mais fácil é o primeiro e que os argumentos usados por elas são válidos, uma vez que o problema apresentou numerais de valores menores, o que possibilitaria às crianças resolverem utilizando os dedos. A pesquisadora ratificou a fala delas quanto ao segundo problema ser mais difícil. Nesse momento, a pesquisadora informou que a análise dos problemas baseou-se na Teoria dos Campos Conceituais e, portanto, o

problema 1 é mais fácil, pois de acordo com Vergnaud (2019) apresenta uma situação prototípica, que é a primeira situação apreendida pelas crianças.

Quanto ao segundo problema ser mais difícil deveu-se ao fato de apresentar uma relação diferente, a qual exige da criança esquemas cognitivos mais elaborados que vão surgindo à medida que elas tenham contato com situações diversas.

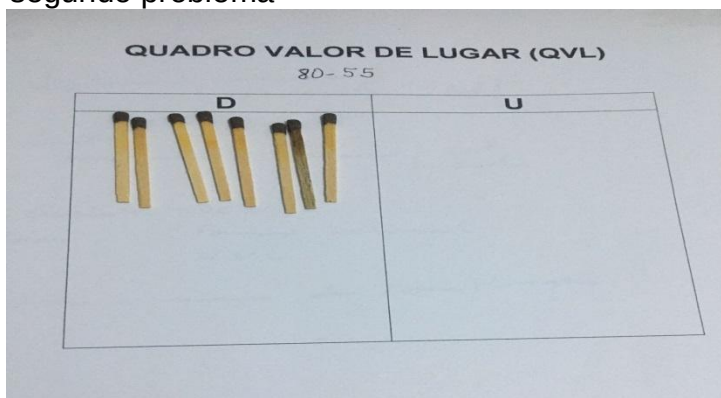
No tocante à segunda pergunta, em relação às semelhanças e às diferenças, a pesquisadora socializa com as docentes que a semelhança deles diz respeito à característica de possuírem partes e todo. Quanto à diferença, citamos a relação nele existente, ou seja, a relação de composição. O primeiro problema apresenta as duas partes conhecidas e deseja-se saber o todo. Em relação ao segundo problema, conhece-se o todo e uma das partes e deseja-se saber a outra parte. De acordo com Magina *et al.* (2001), o primeiro problema é do tipo composição protótipo e o segundo é composição de 1ª extensão.

A pesquisadora reforçou que os problemas analisados pertencem aos livros didáticos de matemática que elas utilizam e que o objetivo é refletir sobre esses problemas e, a partir dessa reflexão, desenvolver um trabalho em sala de aula embasado teoricamente, no qual conheçam as diversas características que os problemas matemáticos apresentam, pois compreendemos que já trazem conhecimentos advindos da própria prática docente que realizam.

Quanto à abordagem dos problemas utilizando materiais manipuláveis não estruturados, a pesquisadora reforçou a fala no sentido de usar materiais que poderiam ser encontrados em casa, uma vez que a intenção é que as docentes utilizem essa estratégia nas aulas realizadas de forma remota em virtude da suspensão das atividades presenciais ocasionada pela pandemia do coronavírus.

Abordando o primeiro problema, além de validar as respostas das professoras, a pesquisadora destacou oralmente a utilização de bolinhas de papel (ou grãos de milho ou feijão) e copinhos descartáveis, palitos de fósforo ou de picolé para realizar a junção das duas partes. Em relação ao segundo problema, a pesquisadora validou as respostas das docentes e sugeriu ainda a utilização do Quadro Valor Lugar (QVL) com a manipulação de palitos de fósforo, em decorrência dos valores numéricos serem mais altos, conforme observamos na Figura 16.

Figura 16 - Institucionalização da terceira questão, segundo problema

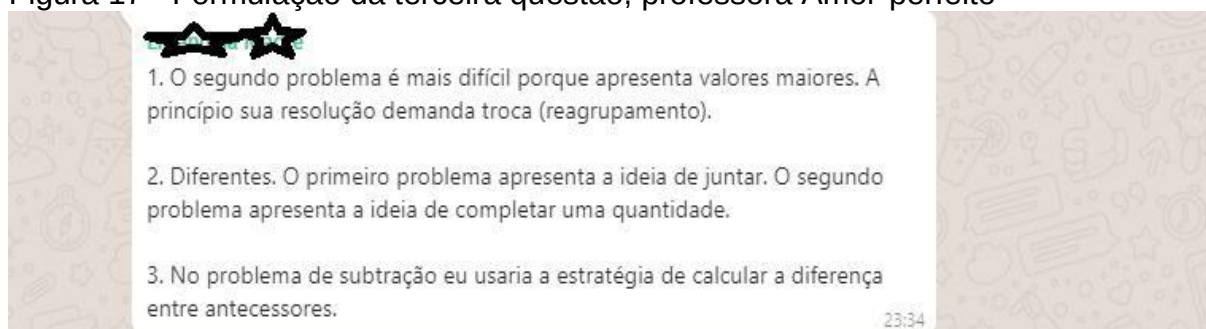


Fonte: dados da pesquisa.

Ressaltamos que tal sugestão decorre da compreensão de que, em virtude das aulas remotas, as professoras poderiam valer-se de materiais que elas e as crianças encontrem em casa.

Interessante destacarmos que, horas após o fim do encontro, a professora Amor-perfeito formulou, no aplicativo de mensagens, a resposta da terceira questão (as duas primeiras já haviam sido respondidas) afirmando que trabalharia com os estudantes usando cálculo, mesmo a pergunta abordando a utilização de materiais manipuláveis, como podemos observar na Figura 17.

Figura 17 - Formulação da terceira questão, professora Amor-perfeito



Fonte: dados da pesquisa.

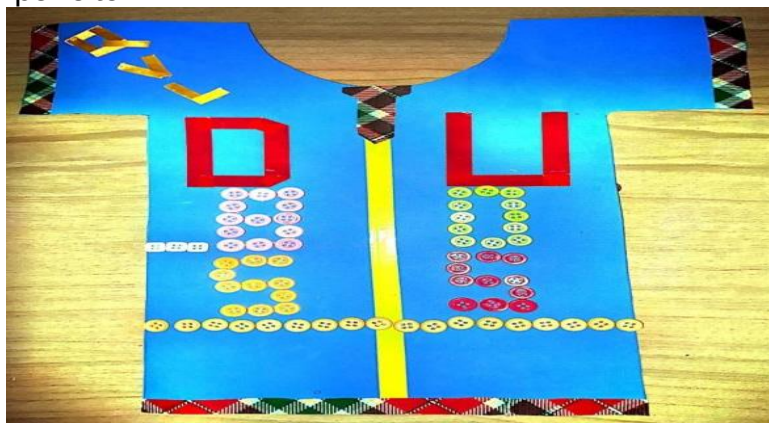
Contudo, após a situação de institucionalização da terceira questão, na qual a pesquisadora apresentou uma resolução utilizando material manipulável não estruturado, a supracitada professora apresentou uma resolução dos dois problemas utilizando botões para representar os numerais, conforme observamos nas Figuras 18 e 19 abaixo.

Figura 18 - Formulação do problema A com material manipulável não estruturado, professora Amor-perfeito



Fonte: dados da pesquisa.

Figura 19 - Formulação do problema A com material manipulável não estruturado, professora Amor-perfeito



Fonte: dados da pesquisa.

Após essas reflexões e institucionalização dos saberes, passamos para outro momento de formação docente, conforme previsto na fase de concepção e análise *a priori*. Tal momento teve como objetivo aproximar as docentes da teoria que fundamentou nosso trabalho no tocante aos problemas de adição e de subtração, a Teoria dos Campos Conceituais.

Na oportunidade a pesquisadora compartilhou a tela do computador, onde era possível visualizar *slides* com os conceitos trabalhados nos problemas, as características neles contidas, bem como outros exemplos de problemas. Para tal, fundamentamos nossa fala em especial em Magina *et al.* (2001).

A formação demonstrou ser importante na medida em que as docentes puderam conhecer uma nova teoria, possibilitando ressignificar seus conhecimentos pragmáticos a partir dos novos conhecimentos teóricos adquiridos.

6.2 Situação didática II: os problemas de transformação

O encontro iniciou, via *Google Meet*, com a pesquisadora lembrando o contrato didático para as docentes, o qual estabelece a atuação de cada participante nesta formação. Além disso, foi feito um resgate dos encontros passados situando os encontros aos acontecimentos: o primeiro, no qual houve a apresentação da pesquisadora e da pesquisadora; o segundo, em que abordamos os problemas do tipo composição.

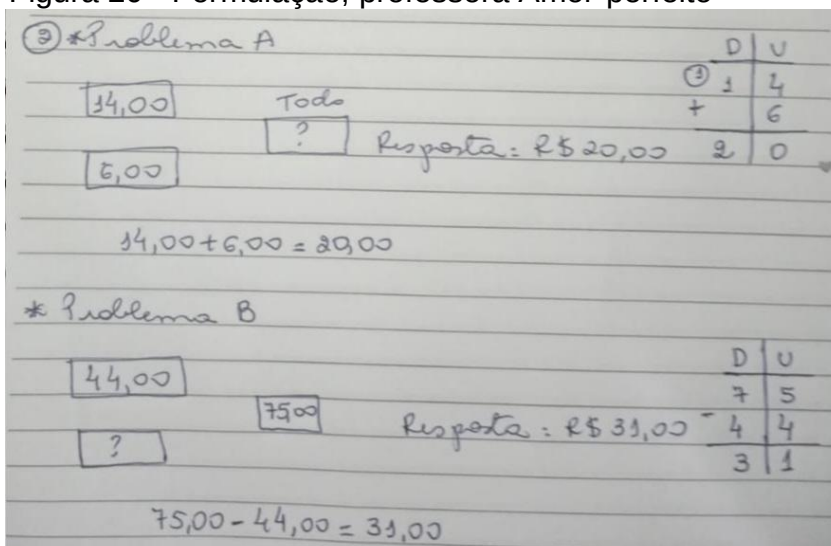
Em seguida, a pesquisadora apresentou a situação didática proposta, através do compartilhamento da tela do seu computador, e a enviou às professoras via *WhatsApp*. Reforçou ainda que os problemas são retirados dos livros didáticos de matemática utilizados pelas docentes. A pesquisadora realizou a leitura dos problemas e das questões presentes nesta situação e lembrou às docentes sobre as etapas da realização da situação, uma vez que elas deveriam iniciar o trabalho individualmente e posteriormente haveria troca de informações. Após essas explicações, as professoras assumiram a ação da situação e puseram-se a responder.

Decorridos poucos minutos após começarmos, a docente Tulipa comunicou que não acompanhou a explicação, pois o sinal de internet em sua casa estava oscilando, tendo inclusive ficado totalmente sem ele. Na oportunidade, a pesquisadora repetiu a leitura e a explicação da situação. Em seguida, a docente iniciou sua resolução.

Decorridos cerca de vinte e cinco minutos a pesquisadora questionou se tinham alguma dúvida, ou se já haviam terminado. Elas responderam que não tinham dúvida, mas que também não tinham certeza se estariam respondendo corretamente. Nesse sentido, a pesquisadora informou que as discussões coletivas poderiam ajudar a compreender melhor. Após poucos minutos as professoras apresentaram, no grupo *Matematizando*, suas respostas e em seguida começamos a validação, iniciando pela primeira questão que trata das características dos problemas.

A primeira a manifestar-se nas dialéticas de formulação e validação foi a professora Amor-perfeito. De acordo com ela, o problema **A** apresenta características de composição do tipo protótipo, “*Porque há junção de duas partes conhecidas para conhecer o todo*”. Quanto ao problema **B**, ela respondeu que apresenta características de composição do tipo 1ª extensão, “*Porque faremos a subtração da parte de um todo para obter a outra parte*”. Na Figura 20, observamos a formulação da questão dois, a qual solicitava representações esquemáticas dos problemas.

Figura 20 - Formulação, professora Amor-perfeito



Fonte: dados da pesquisa.

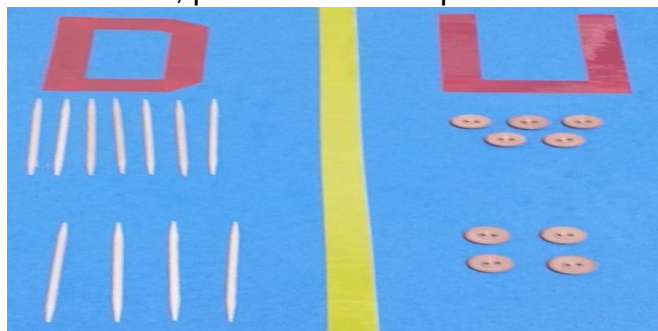
Em relação à utilização de materiais manipuláveis não estruturados, a professora Amor-perfeito, formulou a resolução conforme apresentado nas Figuras 21 e 22.

Figura 21 - Formulação do problema **A** com utilização de materiais manipuláveis não estruturados, professora Amor-perfeito



Fonte: dados da pesquisa.

Figura 22 - Formulações do problema **B** com utilização de materiais manipuláveis não estruturados, professora Amor-perfeito

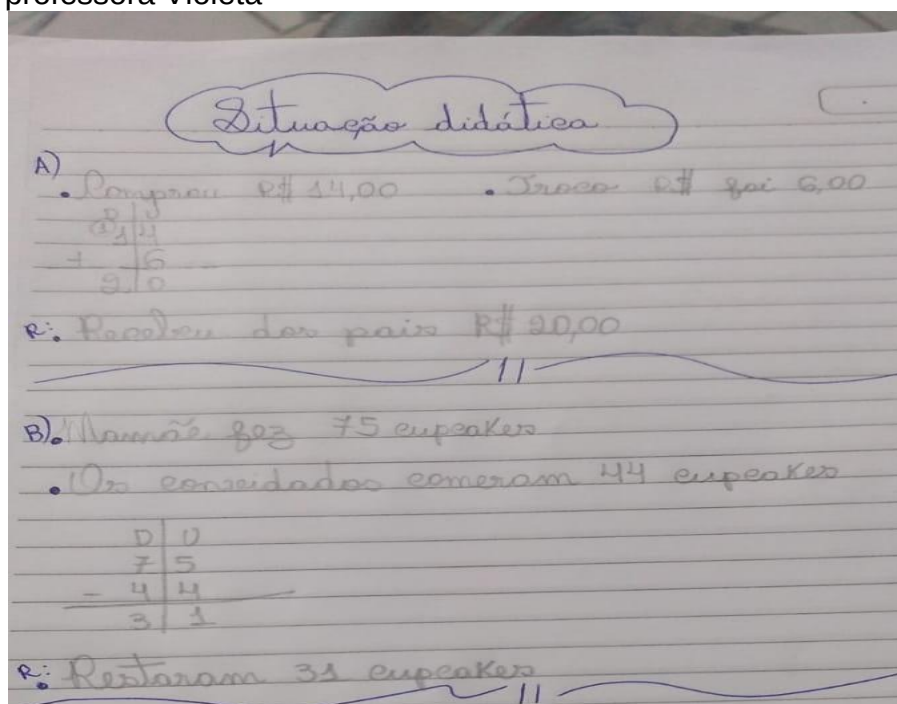


Fonte: dados da pesquisa.

Em seguida, a pesquisadora direcionou sua fala à professora Violeta no sentido de ouvir sua formulação. Em relação ao problema **A**, a docente relatou que estava em dúvida se ele seria de composição de duas partes ou transformação do estado inicial. Em relação ao problema **B**, ela afirmou ser do tipo composição.

Quanto às representações dos problemas, a mencionada docente foi a única que representou com algoritmos, pois valeu-se do QVL juntamente com as representações numéricas dos problemas, conforme vemos na Figura 23.

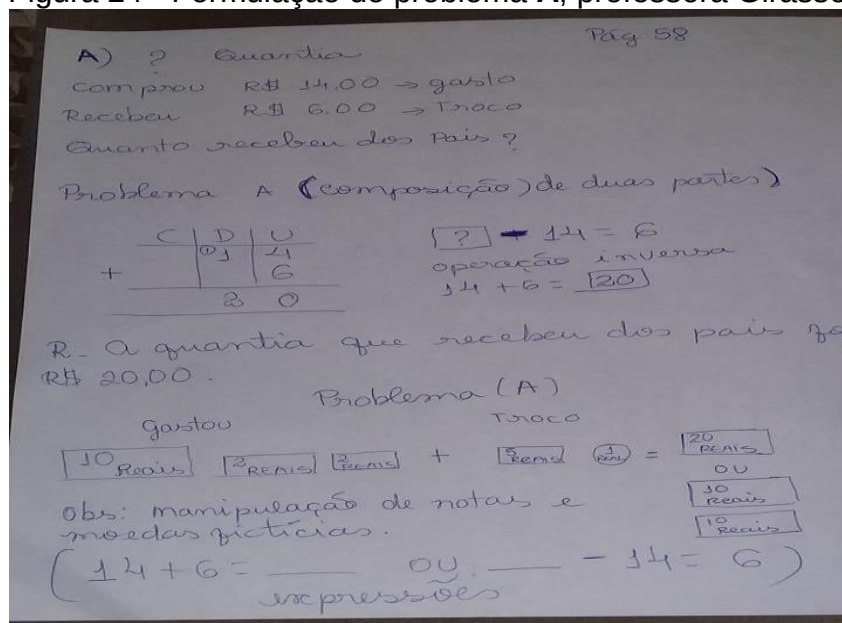
Figura 23 - Formulação da representação dos problemas, professora Violeta



Fonte: dados da pesquisa.

A próxima a manifestar-se foi a professora Girassol. Ela apresentou sua formulação, via aplicativo de mensagens, a qual aponta os dois problemas com características de composição. Validando suas respostas, a referida professora pontuou as suas resoluções relativas ao problema **A**, conforme apresentado na Figura 24.

Figura 24 - Formulação do problema **A**, professora Girassol



Fonte: dados da pesquisa.

Conforme apresentado acima, a professora Girassol compreendeu que o primeiro problema tem características de composição de duas partes. Durante a validação, a referida docente destacou a utilização da operação inversa, no caso a subtração. Ademais, ela conseguiu representar o problema de variadas formas: QVL, expressões numéricas e quadrados/retângulos que se assemelhavam aos diagramas propostos por Vergnaud (2019), os quais seriam abordados na formação realizada em seguida. Destacamos também a representação através de desenhos das cédulas de dinheiro para a resolução do problema **A**, que, de acordo com a docente, representava o material manipulável que ela usaria em aula.

Sobre o problema **B**, a docente Girassol referiu-se à utilização de material manipulável, especificamente ao material dourado. Afirmou ainda que esses problemas são parecidos com os do encontro passado (composição).

Em seguida, a professora Violeta retomou a fala e afirma oralmente que, na resolução do problema **A**, usaria tampinhas de garrafas pet para representar os

cupcakes, tendo em vista achar a forma da tampinha parecida com os bolinhos e assim efetuar a subtração. Nesse momento, a pesquisadora interveio indagando-a se dispunha dessas tampinhas em casa. Ela respondeu que não. A pesquisadora então a questionou sobre qual material manipulável não estruturado ela dispunha em casa para realizar, de forma remota, uma atividade similar com os estudantes. Nesse momento a docente respondeu:

iiiixe 75 é muito né! Eu tinha palitos, que eu até peguei lá na escola! Mas acho que não tenho essa quantidade não! Poderia ser palito então! Eu pensei na tampinha por ser redondinho né... fazer tudo aquilo né... que era o cupcakezinho!

A professora Girassol, que ensina matemática nas turmas de quarto ano, pontuou que também não dispunha do material dourado em casa e que se reportava a ele nas aulas remotas através de vídeos do *Youtube*. Além disso, ela reforçou que há a possibilidade de criar o material dourado utilizando papel, pois de acordo com ela alguns livros didáticos de matemática têm em anexo para ser recortado e manipulado.

Na oportunidade, a professora Violeta retomou sua fala na dialética de formulação afirmando que poderia resolver os problemas utilizando o material dourado individual, que pegou na escola, conforme indicado na Figura 25.

Figura 25 - Formulação da terceira questão, professora Violeta



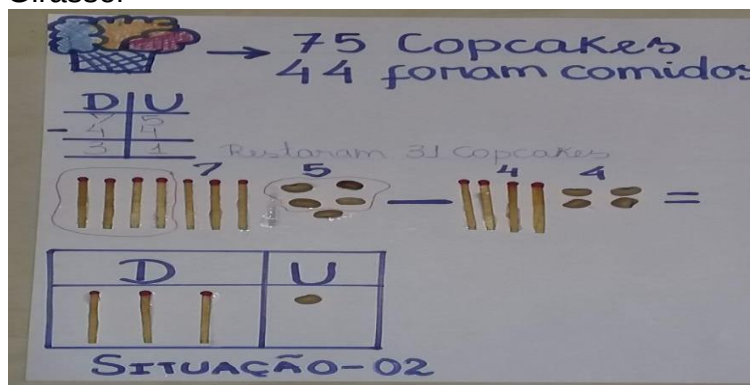
Fonte: dados da pesquisa.

A pesquisadora mediou as dialéticas de formulação e validação no sentido de sensibilizar as professoras no tocante à utilização de materiais que, tanto elas quanto os estudantes, pudessem encontrar facilmente em casa. Nesse momento, a professora Girassol refletiu sobre a possibilidade da utilização de palitos de fósforos e grãos.

No caso Samara, você falando aí do material que eles têm em casa... no caso é a caixa de fósforo para as dezenas e os grãos né seria (sic) pras unidades. Aí ficaria faltando algo que representasse a placa né, que é a centena.

Vejamos na Figura 26 abaixo como a professora utilizou o material manipulável não estruturado.

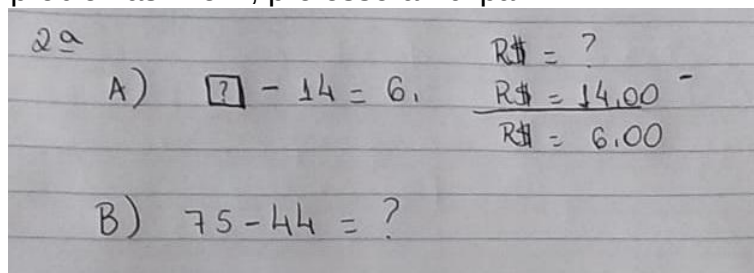
Figura 26 - Formulação do problema B, professora Girassol



Fonte: dados da pesquisa.

A docente Tulipa foi a próxima a formular e validar sua resolução. Para ela, os problemas têm características de composição. De acordo com ela, o primeiro seria de “*composição com uma parte e o todo, e o outro... composição de duas partes pedindo o todo*”. Quanto à representação dos problemas, a referida professora usou os seguintes esquemas, demonstrado na Figura 27.

Figura 27 - Formulação da representação dos problemas A e B, professora Tulipa



Fonte: dados da pesquisa.

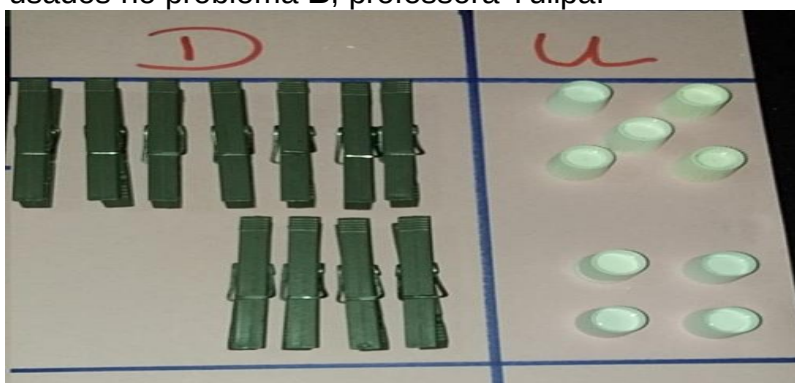
No tocante aos materiais manipuláveis não estruturados, a docente utilizou cédulas e moedas verdadeiras para o problema A e pegadores de roupa e tampas de creme dental, conforme apresentado nas Figuras 28 e 29, respectivamente.

Figura 28 - Materiais manipuláveis não estruturados usados no problema **A** e **B**, professora Tulipa.



Fonte: dados da pesquisa.

Figura 29 - Materiais manipuláveis não estruturados usados no problema **B**, professora Tulipa.



Fonte: dados da pesquisa.

Após a apresentação da representação da docente Tulipa, a pesquisadora retomou a fala no sentido de institucionalizar os saberes. Importante que esse momento foi oportuno para aprofundar as questões conceituais dos problemas e discutir com base na fundamentação teórica adotada nesta pesquisa.

A pesquisadora chamou para si a responsabilidade do momento para afirmar às docentes que os referidos problemas possuem uma relação diferente dos problemas vistos no encontro anterior. A pesquisadora ressaltou a relação de transformação existente nos problemas e que, mesmo havendo partes e todo, há uma ideia temporal presente (MAGINA *et al.*, 2001). Em seguida, ela apresentou os problemas **A** e **B**, com suas respectivas características, conforme vemos nas Figuras 30 e 31.

Figura 30 - Problema A, transformação 4ª extensão

Problemas do tipo Transformação

É a classe de problemas que trata de situações em que a ideia temporal está sempre envolvida. Envolve um estado (inicial ou final) e uma transformação (MAGINA et al., 2001).

4ª extensão³: estado inicial desconhecido.

Ex3.: Helena recebeu certa quantia de seus pais, foi ao mercado e fez uma compra de R\$14,00. O caixa do mercado lhe deu R\$ 6,00 de troco. Quantos reais Helena ganhou dos pais?

3 Vergnaud considera esses problemas como os mais difíceis dentro da classe de transformação, pois sua resolução requer a operação inversa ao enunciado. (MAGINA et al., 2001).

Atenção: o Windows não se configurou corretamente para

Samara Sales Frazão

Fonte: dados da pesquisa.

Figura 31 - Problema B, transformação protótipo

Problemas do tipo Transformação

É a classe de problemas que trata de situações em que a ideia temporal está sempre envolvida. Envolve um estado (inicial ou final) e uma transformação (MAGINA et al., 2001).

Protótipo: são dados o estado inicial e a transformação e pede-se o estado final.

Ex3.: Para a festa de aniversário de Luisa, a mãe dela fez 75 *cupcakes*. Se os convidados já comeram 44 *cupcakes*, quantos restaram?

Atenção: o Windows não se configurou corretamente para

Samara Sales Frazão

Fonte: dados da pesquisa.

Conforme exposto acima, o problema A é do tipo transformação 4ª extensão, uma vez que o estado inicial é desconhecido, e o problema B é do tipo protótipo, pois o estado final é o desconhecido. Na oportunidade, a pesquisadora apresentou às docentes os problemas de 1ª extensão, que têm a transformação desconhecida, conforme mostra a Figura 32.

Figura 32 - Problemas de transformação 1ª extensão

Problemas do tipo Transformação

É a classe de problemas que trata de situações em que a ideia temporal está sempre envolvida. Envolve um estado (inicial ou final) e uma transformação (MAGINA et al., 2001).

1ª extensão²: estado inicial e estado final conhecidos. Busca-se a transformação.

Ex1.: Roberto comprou 6 pacotes de figurinhas. Ele deu alguns pacotes de figurinhas para seu primo. Agora ele tem 4 pacotes. Quantos pacotes de figurinhas ele deu ao seu primo?

2 As extensões não surgem espontaneamente. Devem ser trabalhadas de maneira sistemática. (MAGINA et al., 2001).

Atenção: o Windows não se configurou corretamente para

Samara Sales Frazão

Fonte: dados da pesquisa.

Após apresentar os problemas estudados e suas características, a pesquisadora destacou a forma de representar os problemas utilizando os diagramas propostos por Vergnaud (1993).

Com o objetivo de melhor explanar sobre os diagramas, a pesquisadora retomou os problemas abordados no encontro anterior visando apresentar e comparar tanto a disposição dos diagramas como os símbolos utilizados na representação dos problemas de composição 1ª extensão (FIGURA 33) e composição protótipo (FIGURA 34).

Figura 33 - Apresentação dos diagramas nos problemas de composição 1ª extensão

Problemas do tipo composição

1ª extensão: a subtração de uma parte do todo para obter a outra parte (MAGINA et al., 2001, p. 25).

Ex.: Moema tem 12 frutas, sendo maçãs e peras. Sete são maçãs, quantos são as peras?

Diagrama:

7	}	12
?	}	

Neste caso, o todo e uma das partes são conhecidos, e a partir da subtração destes descobre-se a parte desconhecida. (ETCHEVERRIA, 2014, p. 37)

Abrir no Windows
Alterar as configurações de conectividade para
melhorar a experiência.

Fonte: dados da pesquisa.

Figura 34 - Apresentação dos diagramas nos problemas de composição protótipo

Problemas do tipo composição

Protótipo: a junção de duas partes conhecidas a fim de formar o todo.

Ex2.: Fábio comprou um sanduíche natural e um suco na lanchonete. O sanduíche custou 5,00 reais e o suco 2,00 reais. Quanto ele gastou na lanchonete?

Diagrama:

5	+	?
2	+	

Abrir no Windows
Alterar as configurações de conectividade para
melhorar a experiência.

Fonte: dados da pesquisa.

No que diz respeito às resoluções com materiais manipuláveis, conforme explicitado na análise *a priori*, optamos em não realizar a institucionalização, uma

vez que nos interessava observar a diversidade de materiais que as docentes dispunham em casa, visando sensibilizá-las sobre a possibilidade de uso desses diversos materiais.

6.3 Situação didática III: os problemas de comparação

O quarto encontro, relativo à terceira situação didática, foi direcionado aos problemas do tipo comparação, cujo objetivo foi ampliar os conhecimentos das docentes quanto aos tipos de problemas de adição e de subtração, ressaltando suas características. Ao iniciar o encontro, a pesquisadora reforçou o contrato didático no tocante à realização da pesquisa bem como ao funcionamento do grupo *Matematizando*, criado exclusivamente para a realização da pesquisa, bem como relembrou o contrato didático reforçando a fala sobre a postura das participantes e da pesquisadora diante das situações propostas. A pesquisadora informou ainda que a professora Tulipa não participaria do encontro, pois ela estaria participando da formação continuada em serviço voltada para Educação Infantil. Além disso, fez uma retomada dos encontros passados revisando os problemas estudados anteriormente (composição e transformação).

Em seguida, a pesquisadora compartilhou a tela do computador com as docentes e realizou a leitura da situação didática a ser desenvolvida. Após a leitura, enviou a atividade para o grupo de mensagens instantâneas de modo que as docentes pudessem realizar a atividade.

As professoras ao receberem a atividade comprometeram-se em realizá-la e diante do contrato estabelecido detiveram-se nessa incumbência. Após cerca de vinte minutos as docentes informaram que haviam terminado, então começaram a formular e validar suas ações.

No primeiro questionamento as docentes deveriam responder qual dos dois problemas era mais difícil e justificar sua resposta.

A primeira a manifestar-se foi a professora Girassol. De acordo com ela, o problema **B** é o mais difícil devido à interpretação necessária para sua resolução, pois ela acreditou que os estudantes perguntariam “*De que é o problema?*”, uma vez que no enunciado apareceu a palavra “diferença” causando dúvida aos estudantes.

Em seguida, a professora Amor-perfeito concordou com sua colega e afirmou que o problema **B** é o mais difícil. Como observamos no excerto abaixo, para ela a palavra “diferença” seria a causa da dúvida entre os estudantes.

*O problema **B**, ele apresenta o termo diferença, que na maioria das vezes né os alunos... eles não se recordam, embora tenha sido trabalhado anteriormente quando nós fomos apresentar né as operações né, trabalhando a questão dos termos das operações.*

Em seguida, a professora Violeta apresentou oralmente sua formulação/validação discordando das colegas, pois para ela o problema **A** é o mais difícil. Ela justificou a resposta na perspectiva de que a palavra “diferença”, que aparece no problema **B**, serviria de auxílio para os estudantes e assim eles conseguiriam resolver sem problema.

*Esse probleminha ele deve tá no livro de quarto, quinto ano e provavelmente... a gente sabe que não acontece né, mas provavelmente eles já tão com essa operação consolidada né [...]. eu acho que quando ele vê a palavra diferença... pra idade dele... eles já tão... já sabem que é uma subtração, tá entendendo? Por isso, eu acho que a **B** é mais fácil pra eles do que a **A**.*

Na oportunidade a docente Amor-perfeito pontuou que a palavra “diferença” era para “Fazer a diferença na interpretação deles!”, pois, de acordo com ela, já havia trabalhado anteriormente “Quando foi apresentado as operações né?”. De acordo com ela

A gente monta a operação, resolve, apresenta os termos... mas assim... eles não guardam essa palavra. Eu particularmente assim... eu gosto muito de colocar, de expor né? Quando eu apresento a questão das operações eu monto assim um cartaz e deixo lá exposto, inclusive colocando, focando essa questão dos termos. Mas assim, quando chega na situação-problema eles não não... é incrível como eles não recordam essa palavra! [...] A gente precisa ficar o tempo todo voltando pra que eles...é... memorizem né essa palavra e depois façam a assimilação da palavra com a operação.

A professora Girassol corroborou com a discussão ao afirmar que os estudantes têm mais dificuldade com a operação da subtração, independente de ser em situação-problema. Nesse momento, a pesquisadora interveio no sentido de solicitar à docente que explicitasse o que seria essa dificuldade do estudante, com qual aspecto está relacionada. A docente explicou que

Primeiro o uso da palavra diferença a gente sempre faz né? Sempre tá relembrando. Mas mesmo assim... a questão de fazer né, de ir fazer o cálculo, a subtração mesmo [...], a transformação e tudo né. Eles sempre encontram mais dificuldade. E eu acho que isso aí vai né... porque a gente vê assim... hoje em dia até pessoas adultas têm dificuldade de fazer.

Após as professoras apresentarem suas respostas e discutirem sobre qual seria o problema mais difícil, momento em que apenas uma professora divergiu afirmando que o problema A seria o mais difícil, a pesquisadora passou para a próxima questão.

Em relação à questão número dois, que solicitava a resolução dos problemas, cujo objetivo era observar quais seriam as estratégias utilizadas, as professoras resolveram e enviaram suas resoluções pelo *WhatsApp*, conforme demonstrado nas Figuras 35, 36 e 37.

Figura 35 - Formulação da questão número dois, professora Girassol

Problema A.

Mãe - tinha 33 anos (idade da mãe)
 Filha - hoje 10 anos (idade da filha)

$33 + 10 = 43$

D	U
33	10
43	

→ mãe
 → Ana
 idade de Ana hoje.

R. A idade de Ana hoje é de 43 anos.

Problema B - $94 - 80 = 14$

Equipe A - 94
 Equipe B - 80

Qual a diferença de pontos entre o 1º e 2º lugar?

R. A diferença entre o ganhador (A e B) e o 2º são de 14 pontos.

D	U
94	80
14	

Fonte: dados da pesquisa.

Figura 36 - Formulação da questão número dois, professora Amor-perfeito

a)

D	U
33	10
43	

Res: A idade atual da mãe é de 43 anos.

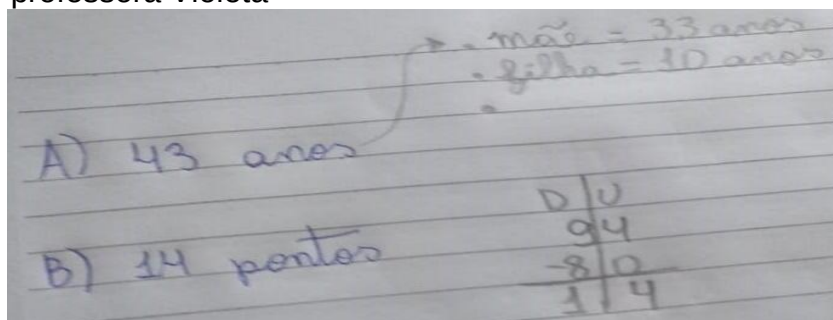
b)

D	U
94	80
14	

Res: A equipe A venceu por uma diferença de 14 pontos.

Fonte: dados da pesquisa.

Figura 37 - Formulação da questão número dois, professora Violeta



Fonte: dados da pesquisa.

Em relação ao terceiro questionamento, relativo às características dos problemas de adição e de subtração na perspectiva da TCC, as professoras responderam de acordo com o Quadro 21 abaixo.

Quadro 21 - Síntese das respostas dadas pelas professoras na terceira questão

Professora	Classificação do problema A	Classificação do problema B
Amor-perfeito	Transformação protótipo	Composição 1ª extensão
Violeta	Transformação	Composição
Girassol	Composição	Transformação

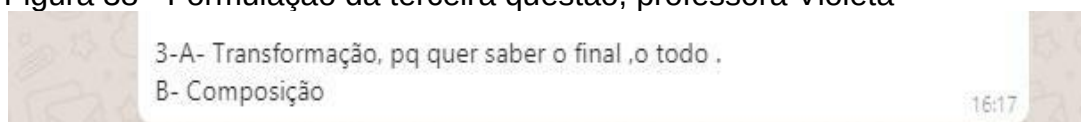
Fonte: dados da pesquisa.

Para a justificativa, em relação à classificação do primeiro problema, a professora Amor-perfeito afirmou que ficou na dúvida, mas que entendeu haver uma referência de tempo e por esse motivo o classificou como sendo de transformação. Quanto ao segundo problema, a docente afirmou o seguinte.

No problema B eu coloquei composição porque eu não vi referência de tempo no problema... e de 1ª extensão porque aí nós temos... é... uma parte né e queremos encontrar a outra parte.

Em seguida, a professora Violeta respondeu os questionamentos. De acordo com ela o problema A é de transformação, pois se deseja saber o todo, conforme observamos na Figura 38.

Figura 38 - Formulação da terceira questão, professora Violeta



Fonte: dados da pesquisa.

Oralmente, a referida docente validou sua resposta relativa ao problema **A** conforme havia postado no aplicativo de mensagens. Em relação ao problema **B**, ela o validou como de composição, por existirem as duas partes.

A professora Girassol por sua vez validou suas respostas no sentido de confirmar que o problema **B** seria de transformação uma vez que há “[...] *estágio inicial e final de transformação*”. E o problema **A** seria de composição, por haver as duas partes.

Após as falas das docentes, a pesquisadora retomou a fala a fim de dar início à institucionalização. Em relação à primeira questão, explicitou que o problema **B** é o mais difícil em virtude de ser de comparação de 3ª extensão, ou seja, a relação entre o referente e o referido é desconhecida, tornando-o mais complexo uma vez que os estudantes apresentam dificuldade em identificar qual operação matemática deve utilizar para resolvê-lo.

Em relação à segunda questão, que trata da resolução dos problemas, por ter sido solicitado que as docentes os resolvessem livremente, cujo objetivo era oportunizar a observação de variadas formas de resolvê-los, tendo como parâmetro as próprias colegas, compreendemos não haver necessidade de institucionalização.

No tocante à questão 3, a pesquisadora formalizou o saber no sentido de afirmar que o problema **A** era de comparação 2ª extensão e o problema **B** comparação de 3ª extensão.

Ressaltamos que, conforme exposto na primeira situação didática, após a institucionalização, foi oportunizado às docentes um momento em que puderam aprofundar os conhecimentos teóricos em relação à Teoria dos Campos Conceituais através de *slides* apresentados pela pesquisadora, nos quais continham outros exemplos de problemas e a fundamentação teórica.

6.4 Situação Didática IV: os problemas de composição, transformação e comparação

Ao iniciar o encontro, a pesquisadora retomou o contrato didático estabelecido no início do processo formativo, o qual sinalizava para o compromisso em realizar a atividade, bem como em manter o grupo de mensagens para uso exclusivo da pesquisa.

Em seguida, a pesquisadora compartilhou a tela do computador onde as professoras puderam visualizar a situação proposta, cujo objetivo era consubstanciar os conhecimentos adquiridos ao longo da formação no tocante ao reconhecimento das características dos problemas estudados à luz da TCC. Em seguida, a atividade foi enviada para o grupo de mensagens *Matematizando* e deu-se início à ação, momento em que as docentes aceitaram a atividade e comprometeram-se em realizá-la individualmente. Neste encontro, a professora Girassol não pode participar por motivos de ordem pessoal, afirmou a docente.

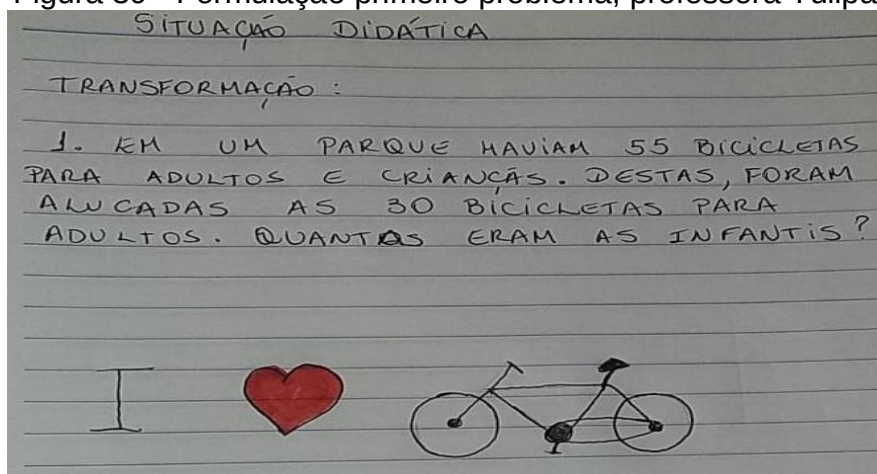
Após poucos minutos, a professora Amor-perfeito pronunciou-se oralmente no sentido de listar as características dos problemas que havíamos estudado com o intuito de, por ventura, esclarecer alguma dúvida.

No de transformação as situações apresentadas trazem uma ideia temporal... é... nós temos problemas do tipo protótipo e do tipo de primeira extensão e quarta extensão. No de comparação essa ideia né... não não está presente... no caso a ideia temporal, no caso a situação é uma situação estática e aí já traz problemas também do tipo segunda extensão e terceira extensão.

Em relação ao comentário da docente, a pesquisadora reforçou que também existem os problemas de comparação de 4ª extensão, mas que elas tentassem compreender as características mais gerais dos problemas de modo a não se deterem nessas especificidades. Reforçou ainda que o intuito da situação proposta era provocar reflexões nas docentes de modo a possibilitar a reelaboração do problema com características diferentes, visando assim uma transposição desse saber para o fazer docente em sala de aula.

Passados cerca de vinte e cinco minutos a professora Tulipa apresentou, no grupo de mensagens, sua primeira formulação, conforme observamos na Figura 39.

Figura 39 - Formulação primeiro problema, professora Tulipa

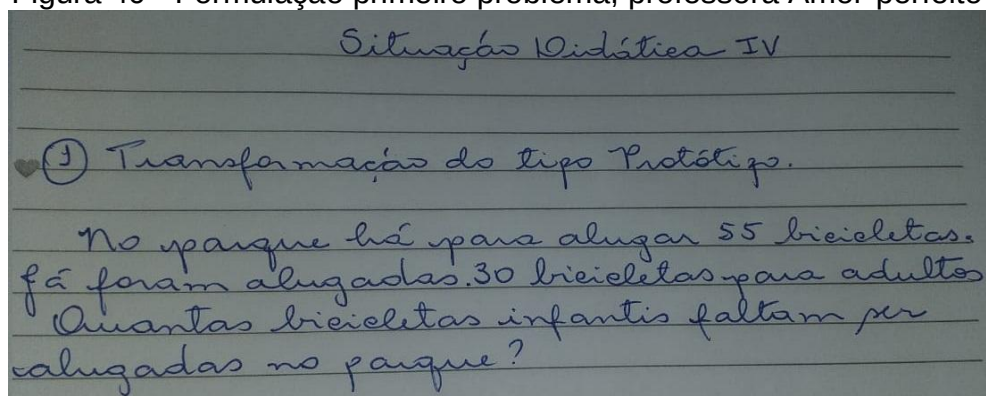


Fonte: dados da pesquisa.

Nessa tentativa, a professora formulou seu primeiro problema acreditando que se tratava de um problema do tipo transformação.

Em seguida, a professora Amor-perfeito também compartilhou no grupo a primeira formulação do problema. Ela formulou um problema que acreditava ser de transformação, conforme observamos na Figura 40.

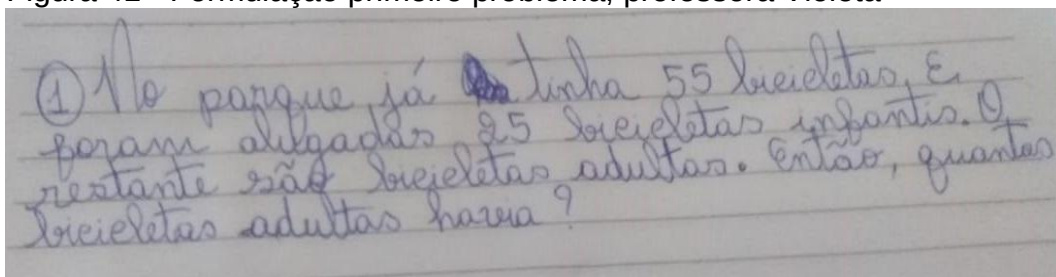
Figura 40 - Formulação primeiro problema, professora Amor-perfeito



Fonte: dados da pesquisa.

A última a apresentar sua formulação foi a professora Violeta. Podemos observar na Figura 41 a sua elaboração.

Figura 41 - Formulação primeiro problema, professora Violeta

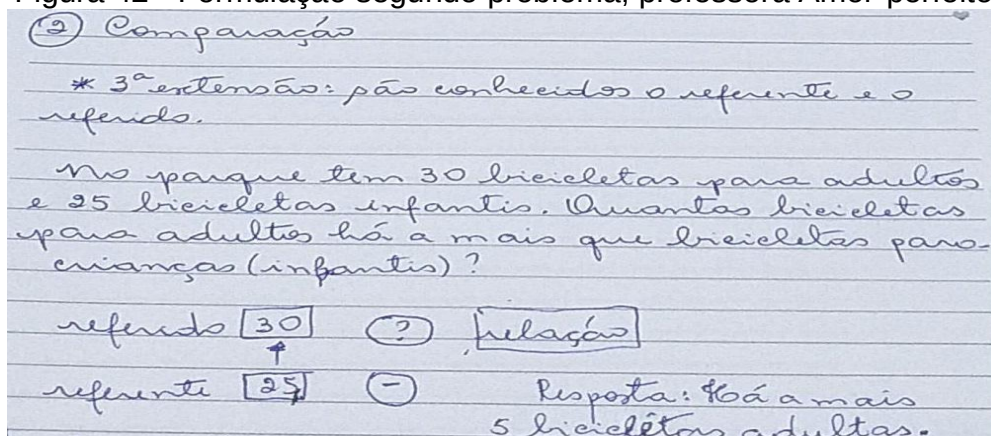


1 No parque já tinha 55 bicicletas. E foram alugadas 25 bicicletas infantis. O restante são bicicletas adultas. Então, quantas bicicletas adultas havia?

Fonte: dados da pesquisa.

Após alguns minutos apresentaram a segunda formulação dos problemas com características de comparação. Vejamos as formulações das docentes nas Figuras 42, 43 e 44.

Figura 42 - Formulação segundo problema, professora Amor-perfeito



(2) Comparação

* 3ª extensão: são conhecidos o referente e o referido.

No parque tem 30 bicicletas para adultos e 25 bicicletas infantis. Quantas bicicletas para adultos há a mais que bicicletas para crianças (infantis)?

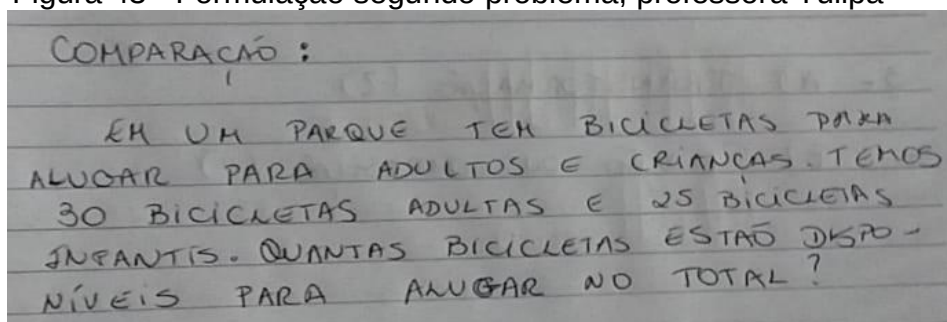
referido $\boxed{30}$ (?) relação

referente $\boxed{25}$ (-)

Resposta: Há a mais 5 bicicletas adultas.

Fonte: dados da pesquisa.

Figura 43 - Formulação segundo problema, professora Tulipa

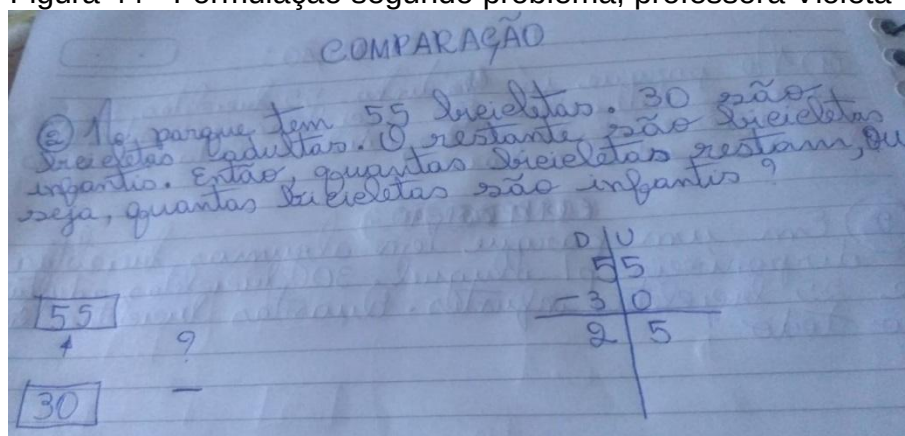


COMPARAÇÃO:

EM UM PARQUE TEM BICICLETAS PARA ALUGAR PARA ADULTOS E CRIANÇAS. TEMOS 30 BICICLETAS ADULTAS E 25 BICICLETAS INFANTIS. QUANTAS BICICLETAS ESTÃO DISPONÍVEIS PARA ALUGAR NO TOTAL?

Fonte: dados da pesquisa.

Figura 44 - Formulação segundo problema, professora Violeta



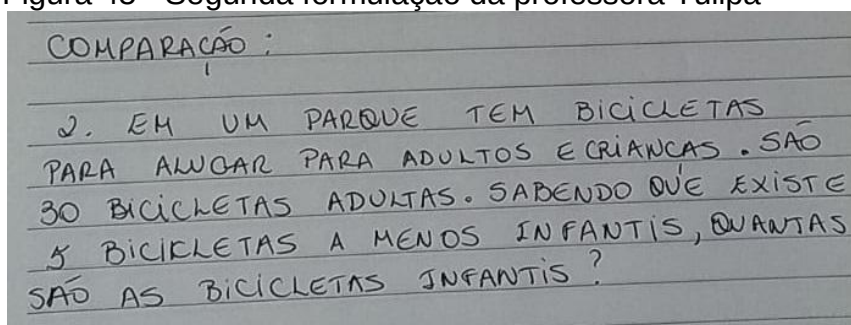
Fonte: dados da pesquisa.

Após as formulações das docentes, a professora Tulipa perguntou se poderia reelaborar o problema de comparação. Ao ser indagada por qual motivo gostaria de refazê-lo, ela respondeu o seguinte.

Eu lembrei que tinha uma anotação que eu tinha feito das palavras-chaves "a mais" e "a menos". [...] e aí eu tava dando já as duas partes e não é! É a palavra-chave "a mais", "a menos".

Nesse sentido, a pesquisadora informou que ela poderia reelaborar e compartilhar no grupo novamente, conforme mostra-nos a Figura 45.

Figura 45 - Segunda formulação da professora Tulipa



Fonte: dados da pesquisa.

Passados alguns minutos, a pesquisadora, via *Google Meet*, provocou as professoras para que validassem suas respostas. A primeira a responder foi a professora Tulipa. De acordo com ela, o problema elaborado era de transformação porque

Eu tenho o total e uma parte. Eu preciso descobrir a outra parte. Essa é minha justificativa.

A pesquisadora perguntou às demais colegas se elas concordavam que o problema elaborado seria realmente de transformação, ou seja, se um problema que tem o todo e uma parte e se quer descobrir a outra parte é um problema de transformação. A professora Amor-perfeito informou que concordava, pois o problema elaborado pela colega estava muito parecido com a linha de raciocínio dela, pois

Ela deu o estado inicial né e a transformação e ela tá pedindo o estado final.

Interessante observar que a professora Tulipa, em sua validação, não mencionou os termos estado inicial, transformação e estado final. Todavia, sua colega, Amor-perfeito, corroborou com sua resposta utilizando os termos apropriados para os problemas de transformação, contudo sem perceber que o problema elaborado tratava-se de um problema do tipo composição 1^a extensão.

A professora Violeta iniciou oralmente uma justificativa sobre os problemas elaborados, mas preferiu não concluir, pois alegou que não sabia se estava certa. Mesmo após insistência da pesquisadora, a professora sorrindo respondeu que não sabia mais. Tal afirmativa foi endossada pelas colegas ao afirmarem que estavam confusas também.

Percebendo a dificuldade das professoras, a pesquisadora retomou a fala para mediar a reflexão de modo que as professoras pudessem compreender de forma mais efetiva as características dos problemas.

Ao compartilhar a tela do computador, a pesquisadora apresentou novamente os *slides* dos encontros anteriores, os quais abordaram os problemas de composição e de transformação, de modo a favorecer a análise dos problemas elaborados pelas professoras.

Após a leitura dos problemas apresentados anteriormente, a pesquisadora questionou o problema elaborado pela professora Tulipa (FIGURA 39). A pesquisadora chamou a atenção no sentido de que o problema estava bem elaborado, contudo a pergunta o tornava um problema de composição 1^a extensão, quando o solicitado foi que o transformasse em um de transformação ou comparação. Nesse ínterim, a pesquisadora devolveu à professora o que estava

sendo solicitado de modo que repensasse a pergunta. Logo em seguida, a docente perguntou:

Então eu só mudaria o verbo “eram” por... “são”?

Novamente, a mencionada professora demonstrou dificuldade em compreender a ideia do problema de transformação, no qual a ideia de mudança de um estado está relacionada. Além disso, conforme propõem Magina *et al.* (2001) existe uma relação temporal envolvida. Neste sentido, a pesquisadora propôs a seguinte pergunta

E se você perguntasse: Quantas bicicletas restaram no parque? Haveria alteração no estado inicial do parque, que tinha 55 bicicletas para alugar? O que você acha? O que as demais acham? Concordam? Discordam?

Em não havendo respostas, a pesquisadora afirmou então que a troca da pergunta tornaria o problema elaborado pela professora Tulipa em um problema do tipo transformação.

Dando continuidade, a pesquisadora passou ao problema elaborado pela professora Amor-perfeito (FIGURA 40), solicitando que a docente explicasse como ela pensou para elaborar o problema.

No caso, foram dados o estado inicial que seriam no caso as 55 bicicletas e a transformação né... e pede o estado final, no caso é... Quantas bicicletas infantis faltam ser alugadas no parque.

A pesquisadora chamou a atenção para a semelhança desse problema com o problema da professora Tulipa, contudo a pergunta diferenciou-se, trazendo certa dúvida em estabelecer qual a característica. Em um primeiro momento, acreditamos que se tratava de um problema de transformação, todavia, ao analisarmos mais atentamente, concluímos que era um problema de composição de 1ª extensão, pois a pergunta relacionava-se com as bicicletas infantis e não com as bicicletas do parque.

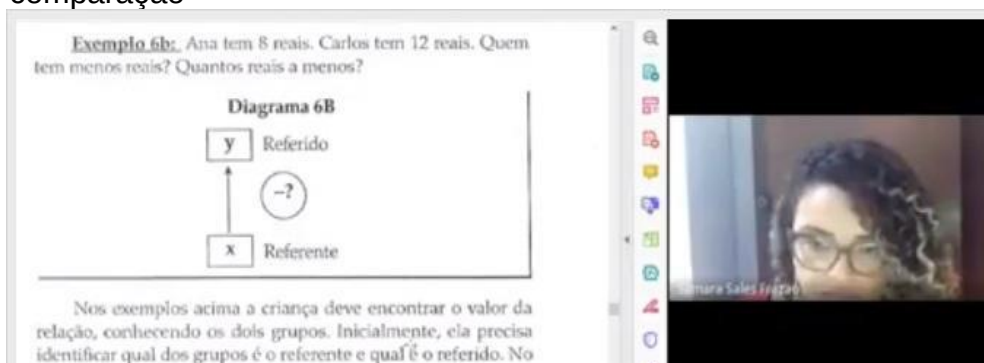
Continuando as reflexões dos problemas elaborados pelas professoras, a pesquisadora voltou o olhar para o problema pensado pela professora Violeta (FIGURA 41). Após as considerações realizadas nos dois problemas anteriores, a

docente logo percebeu que o problema elaborado não era do tipo transformação, uma vez que a pergunta por ela formulada direcionava-se para o tipo de bicicleta que havia no parque. Entretanto não apresentou uma nova versão do problema.

Dando continuidade, a discussão passou a ser feita em relação ao segundo problema elaborado por elas, o qual deveria ser de comparação. O primeiro a ser discutido foi o problema da professora Amor-perfeito (FIGURA 42).

Após a leitura realizada pela pesquisadora, a professora solicitou que fosse explicado novamente sobre o *referente* e o *referido*. A pesquisadora compartilhou a tela do computador e apresentou o livro da Magina *et al.* (2001), conforme observamos na Figura 46.

Figura 46 - Explicação sobre *referente* e *referido* nos problemas de comparação



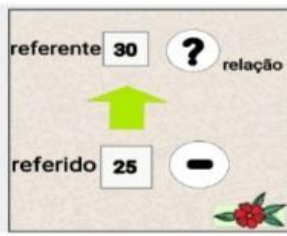
Fonte: Magina *et al.* (2001, p.43).

Após a breve explicação, a professora compreendeu que, ao elaborar o problema, havia trocado, nos diagramas, o lugar do referente. Contudo motivou-se em refazer e posteriormente enviou a nova produção, como observado na Figura 47 abaixo.

Figura 47 - Formulação do segundo problema, professora Amor-perfeito

2. **Comparação de 3ª Extensão:** são conhecidos o referente e o referido.

Em um parque há 30 bicicletas para adultos e 25 bicicletas infantis.
Quantas bicicletas para adultos há a mais que bicicletas infantis?



Resposta: Há a mais 5 bicicletas para adultos que infantis.

Fonte: dados da pesquisa.

A próxima produção a ser discutida foi a da professora Tulipa (FIGURA 43). A pesquisadora realizou a leitura e indagou às professoras se era um problema de comparação. As professoras logo responderam afirmativamente, sendo confirmado pela pesquisadora.

Em seguida, o problema da professora Violeta (FIGURA 44) foi lido pela pesquisadora e pela professora. A pesquisadora perguntou à professora se ela acreditava que aquele problema seria de comparação. A professora respondeu que estava confusa e que não sabia de mais nada. Porém, após insistência da pesquisadora, respondeu.

Já não é mais... sei não! Acho que não é mais... sei não! Acho que não é mais comparação não... pelo enunciado né.

Nesse momento, a pesquisadora confirmou a fala da professora, contribuindo para a compreensão de que no problema proposto por ela não havia nenhuma relação de comparação. Então devolveu o questionamento à professora sobre como ela poderia formular a pergunta para que ficasse um problema de comparação.

Se dissesse... quantas bicicletas têm a mais da adulta né?

Após a fala da professora, a pesquisadora confirmou e ratificou que com essa pergunta o problema estaria requerendo a relação que se estabelece entre as bicicletas.

A fim de consolidar as discussões ocorridas, a pesquisadora apresentou dois problemas elaborados por ela a fim de institucionalizar o saber, como pode ser observado na Figura 48.

Figura 48 - Institucionalização dos problemas

Problemas do tipo Composição, Transformação e Comparação

Em um parque há 30 bicicletas para adultos e 25 bicicletas infantis para alugar. Quantas bicicletas há para alugar no parque?

Ex1. Em um parque havia bicicletas para alugar. Inicialmente eram apenas 30 bicicletas para adultos mas posteriormente foram adquiridas 25 para crianças. Com quantas bicicletas ficou o parque?

Ex2. Em um parque há 25 bicicletas infantis e 30 para adultos. Quantas bicicletas para adultos o parque tem a mais?



Fonte: dados da pesquisa.

Salientamos que a institucionalização visava ratificar as características presentes nos problemas de acordo com os conceitos que cada um apresentava. Nesse sentido, outros problemas poderiam ser elaborados. Além disso, esse momento teve como finalidade o aprofundamento nas questões teóricas relativas à TCC.

6.5 O último encontro: a avaliação da formação

As docentes receberam via *WhatsApp*, no grupo *Matematizando*, o instrumental avaliativo, conforme apresentado no Apêndice C. Nosso objetivo foi registrar as percepções, compreensões e aprendizados das professoras em decorrência da formação.

O primeiro questionamento estava relacionado ao nome das participantes, que em nossa pesquisa escolheram codinomes relacionados às flores, conforme indicado na Tabela 6. A segunda questão indagava qual a compreensão em relação à Teoria dos Campos Conceituais (TCC). A primeira a apresentar sua resposta foi a docente Amor-perfeito, que pontuou sobre a contribuição das teorias para a compreensão da formação e dos conceitos matemáticos (FIGURA 49).

Figura 49 - Questão 2, professora Amor-perfeito

INSTRUMENTAL AVALIATIVO

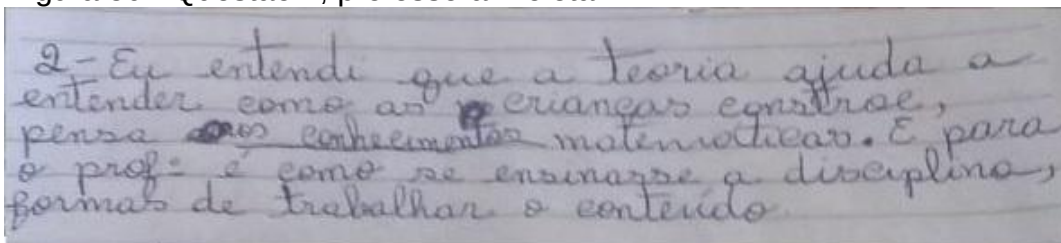
1. Amor-Perfeito

2. São idéias que muito tem ajudado os pesquisadores a compreender a formação e o desenvolvimento de conceitos matemáticos dos alunos através da observação de suas estratégias para atingir seus conhecimentos.

Fonte: dados da pesquisa.

A professora Violeta pronunciou-se logo em seguida. De acordo com ela, a TCC contribui na prática docente, uma vez que auxilia a compreender como os estudantes constroem o conhecimento, bem como a trabalhar os conteúdos matemáticos. A seguir, a Figura 50 apresenta sua resposta.

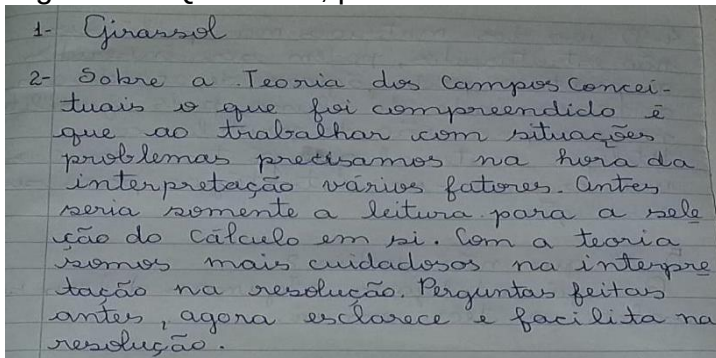
Figura 50 - Questão 2, professora Violeta



Fonte: dados da pesquisa.

Em seguida, a professora Girassol relatou que a teoria facilitou muito o trabalho com as situações-problemas, pois envolve um trabalho de interpretação e de estratégias de resolução. Vejamos na Figura 51 sua resposta.

Figura 51 - Questão 2, professora Girassol



Fonte: dados da pesquisa.

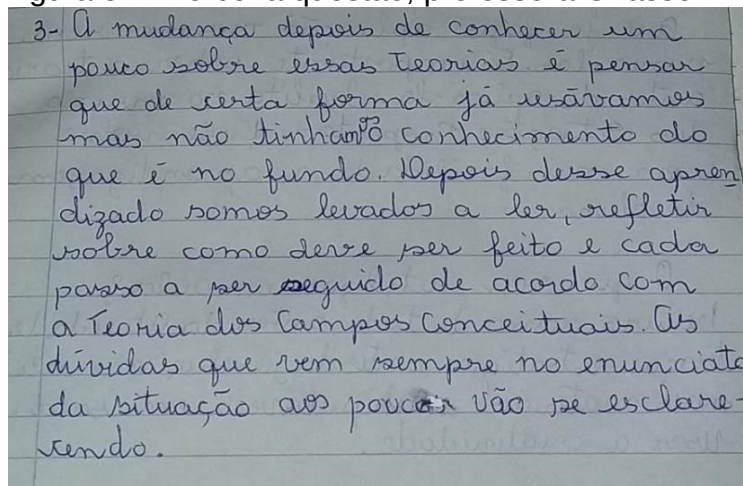
De acordo com ela, as teorias contribuem para ampliar a percepção do professor quanto à sua prática metodológica, tendo em vista que em certos momentos já desenvolve um trabalho pedagógico alinhado a uma teoria.

Trabalhar com as situações-problemas... a gente precisa trabalhar muito com a interpretação... a questão né... e que antes a gente lia, interpretava e selecionava o cálculo e, no caso eu né... dava pros meninos. E com as teorias você vai prestando atenção que antes você já fazia! [...] A gente faz, mas não sei o que está fazendo! Chega a um determinado ponto, mas sem saber que tá aplicando né. Então facilitou muito e facilita é... pela questão da interpretação, das estratégias que você vai usar né... de materiais... de tudo! Engloba... e isso facilita a aprendizagem do aluno.

O terceiro ponto do instrumental era sobre a Teoria das Situações Didáticas (TSD), e investigava em que medida tal teoria poderia contribuir para a prática docente.

A professora Girassol foi a primeira a responder, contudo ela não abordou a TSD, mas a TCC. A figura 52 apresenta a resposta enviada no grupo de mensagens.

Figura 52 - Terceira questão, professora Girassol



3- A mudança depois de conhecer um pouco sobre essas teorias é pensar que de certa forma já usávamos mas não tinhamos conhecimento do que é no fundo. Depois desse aprendizado somos levados a ler, refletir sobre como deve ser feito e cada passo a ser seguido de acordo com a Teoria dos Campos Conceituais. As dúvidas que vem sempre no enunciado da situação aos poucos vão se esclarecendo.

Fonte: dados da pesquisa.

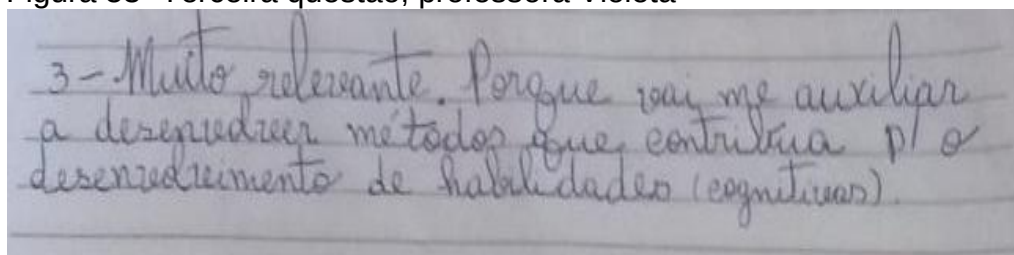
Nesse sentido, ela pontuou oralmente que a sua prática docente relaciona-se com as teorias de forma intuitiva, mas que ao deparar-se com elas percebeu o quanto facilita ensinar os conteúdos.

Quando você tem o conhecimento das teorias que você vai querer aplicar... de certa forma você já faz aquilo no seu dia-a-dia mas não tem o conhecimento, certo! Aí quando a gente se depara com a Teoria dos Campos Conceituais, principalmente como você disse hoje é... que os

problemas do livro são mais aplicados à adição e subtração né... aí a gente se ligava muito nas ideias, nas palavras... que de certa forma ajudam muito né? Aí a partir destas teorias é que você vai ver como facilita essa questão de dar o conteúdo pras crianças, independente da operação.

A professora Violeta destacou que, após a formação vivenciada, percebeu a relevância de conhecer essas teorias para a prática docente (FIGURA 53). Oralmente afirmou que tal conhecimento repercute no processo de aprendizagem dos estudantes.

Figura 53 - Terceira questão, professora Violeta



Fonte: dados da pesquisa.

A próxima docente, Amor-perfeito, pronunciou-se destacando em qual momento poderia utilizar os conhecimentos adquiridos nesta formação. Na Figura 54 podemos observar sua resposta enviada ao grupo *Matematizando*.

Figura 54 - Terceira questão, professora Amor-perfeito

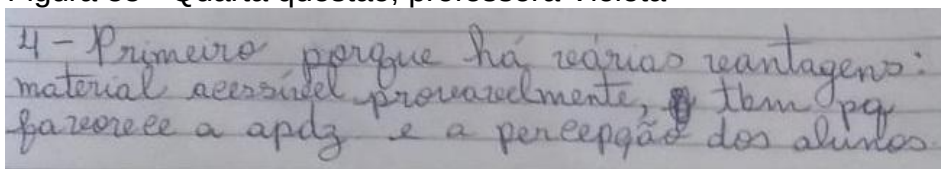
3. Na resolução de problemas matemáticos utilizando o algoritmo ou outras estratégias, como o manuseio de materiais manipuláveis estruturados ou materiais manipuláveis não estruturados.

Fonte: dados da pesquisa.

A quarta questão estava relacionada à incorporação dos materiais manipuláveis não estruturados na prática docente, sobretudo dos materiais utilizados nesta formação.

A professora Violeta (FIGURA 55) pontuou tangenciando o que foi solicitado, porém destacou a acessibilidade dos materiais e a possibilidade de favorecer a aprendizagem dos estudantes.

Figura 55 - Quarta questão, professora Violeta



Fonte: dados da pesquisa.

Oralmente, a professora pontuou sobre a facilidade de acesso aos materiais manipuláveis não estruturados em decorrências das aulas remotas, ainda presentes no município na ocasião da realização desta pesquisa, e da possibilidade de valer-se da criatividade para desenvolver conceitos matemáticos nos estudantes.

Em seguida, a professora Amor-perfeito respondeu que o material manipulável pode ser incorporado à sua prática a partir da utilização de materiais diversificados (FIGURA 56).

Figura 56 - Quarta questão, professora Amor-perfeito

4. Utilizando materiais diversificados e em quantidades significativas como palitos de picolé, tampinhas e botões para auxiliar no meu trabalho pedagógico, colaborando assim para uma maior assimilação dos conteúdos pelos alunos.

Fonte: dados da pesquisa.

A professora Girassol afirmou que a compreensão dos estudantes fica favorecida ao usar materiais manipuláveis não estruturados e que a utilização vai de acordo com a necessidade do estudante (FIGURA 57).

Figura 57 - Quarta questão, professora Girassol

4- O uso dos materiais manipuláveis não estruturados, podem ser inseridos as práticas pedagógicas de acordo com a necessidade do aluno, pois facilita na compreensão do problema. Utilizar material que já tem em casa vai criando-se estratégias para sua resolução.

Fonte: dados da pesquisa.

Oralmente, a docente afirmou que o fácil acesso aos materiais manipuláveis não estruturados é um ponto positivo na medida em que os estudantes podem

encontrar em sua casa palitos de fósforos, botões, grãos de milho ou de feijão. De acordo com ela, ao propor situações-problemas com numerais de valores mais altos os estudantes prontamente lembram-se desses objetos e empenham-se em consegui-los.

Para eles a compreensão é muito melhor né? Quando você usa o material manipulável não estruturado... porque às vezes, em casa, você nem cita que tipo de material, mas quando você fala em quantidade eles lembram de alguma coisa que eles tenham em casa [...] e tenham em boa quantidade. E no caso assim... depois disso aí que eles selecionam o material pra gente trabalhar... é assim... sempre tá lembrando... como você disse... aqueles que são números grandes não dá pra contar em quantidade... aí entra aquela questão da representação do material dourado com o material manipulável não estruturado. Aí quer dizer... você pode usar qualquer outra coisa... no caso daquela tarefa eu usei o palito de fósforo né.

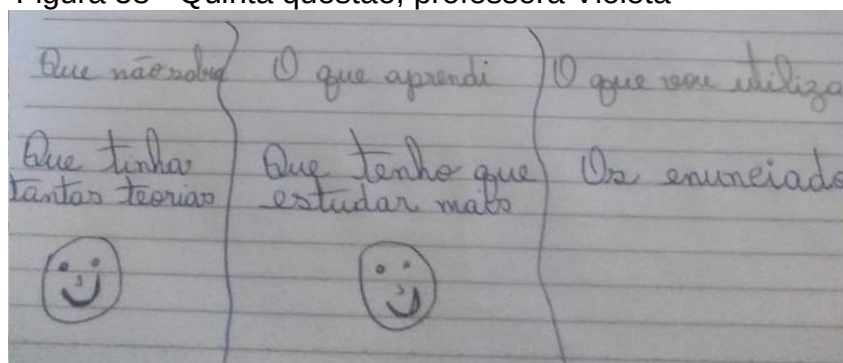
Nesse mesmo raciocínio, a professora Amor-perfeito corroborou com a fala da colega a respeito da busca por materiais já disponíveis em casa para resolver uma atividade proposta.

Até as professoras... quando a Samara colocou aí material manipulável, eu já pensei nisso aí também né... os botões que minha mãe utiliza! Porque ela tem demais! [...] Aí eu pensei: Opa! Eu vou precisar de material manipulável, mas que não pode ser o material dourado. Eu já sei o que vou fazer: eu vou pegar os botões!

A última questão trazia um quadro onde, resumidamente, as professoras deveriam pontuar, tendo como parâmetro a formação realizada, o que não sabiam; o que aprenderam; e o que iriam utilizar em sala.

Veamos a resposta da professora Violeta, que pontuou com bom humor que não sabia que existiam tantas teorias (FIGURA 58).

Figura 58 - Quinta questão, professora Violeta



Fonte: dados da pesquisa.

Oralmente a professora pontuou sobre a possibilidade de utilizar os slides encaminhados.

Hoje eu bati foto de todos os... tu fez uma revisão né... de todos os slides né Samara... aí eu consegui bater né... assim... eu gosto das coisas escritas. Eu não aguento mais ver nada por zap, internet, nada... nun aguento mais não! Aí o que vou utilizar né talvez os slides pra dar uma olhada e... rever os enunciados né.

A professora Amor-perfeito destacou o aprendizado em relação aos diferentes tipos de problemas e aos diagramas de Vergnaud, conforme demonstrado na Figura 59.

Figura 59 - Questão cinco, professora Amor-perfeito

5.

O que eu não sabia	O que eu aprendi	O que vou utilizar em aula
*Os problemas matemáticos têm estruturas aditivas e multiplicativas. *As estruturas aditivas apresentam problemas dos tipos: composição, transformação e comparação.	*Utilizar os diagramas. * Apresentar o mesmo problema de forma diferenciada (composição, transformação, comparação).	*Utilizar os diagramas. * Apresentar o mesmo problema de forma diferenciada (composição, transformação, comparação).

Fonte: dados da pesquisa.

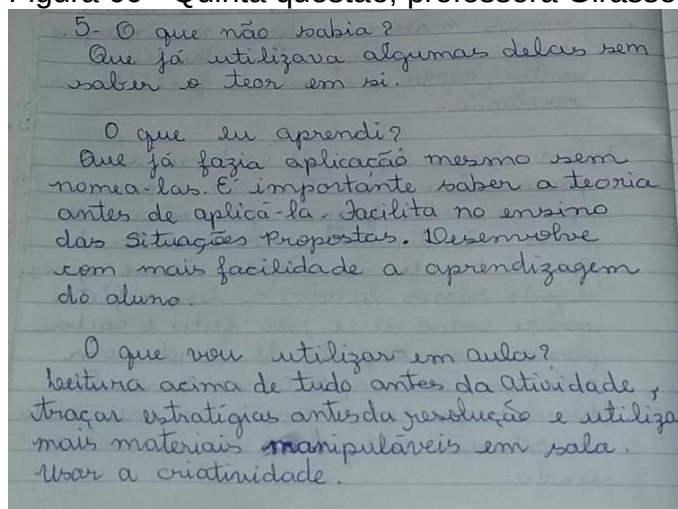
A última a apresentar suas respostas foi a professora Girassol. Ela destacou novamente a utilização, em sala de aula, de alguns preceitos das teorias, de forma intuitiva²³. Nesse ínterim, a docente afirmou a importância da realização consciente do trabalho docente, e não intuitivo.

Eu aprendi que... mesmo assim... aplicando sem saber as teorias... assim... é muito importante aplicar sabendo o que você está fazendo né? Porque aí você desenvolve estratégias é... que vão conduzir os meninos à aprendizagem mais fácil.

²³ A palavra intuitiva aparece no texto com a acepção de “experiência vivida” (TARDIF, 2002, p. 66)

Ademais, a docente Girassol pontuou que para atender a essa demanda faz-se necessária uma aproximação, através de leituras, entre o que se faz e as teorias que embasam esse fazer. Observamos na Figura 60 o restante das respostas.

Figura 60 - Quinta questão, professora Girassol



Fonte: dados da pesquisa.

Importante destacarmos que ao ser indagada, sobre o que utilizaria em aula, a supracitada docente salientou a necessidade de realizar mais leituras, pois afirmou que fazia muito tempo que não assistia à aula.

Como faz muito tempo que eu não... não... assisto assim... aula... né... aquelas formações da Educação mesmo... elas não são tanto de... desse tipo de formação né... é mais uma oficina... uma coisa...

Por fim, outro ponto que a referida docente destacou relacionou-se à forma como o trabalho pode ser realizado em sala de aula priorizando a ação discente, oportunizando a participação, oportunizando o protagonismo estudantil.

Assim... quando for passar as atividades que têm a resolução de problemas, já pensar em estratégias que eles podem é... eles mesmos... eles podem falar assim pra gente como se pode fazer... pegar as várias estratégias deles né... A gente assim... com a ajuda, a gente já tendo a leitura... e que tipo de material eles vão levar pra sala de aula ou que a gente assim... na sala de aula o que que a gente pode ter que pode fazer é... ajudar nessas resoluções.

Após as falas das docentes, a pesquisadora destacou os conhecimentos de sala de aula que as professoras possuem em virtude de toda a experiência vivida ao

longo dos anos e pontuou sobre a intenção de realizar a formação no sentido de trazer tais reflexões sobre a prática docente, envolvendo as teorias, visando uma ressignificação da ação docente.

A próxima seção é destinada à confrontação das análises a *priori* com os dados obtidos na experimentação. Essa fase é fundamental para a engenharia didática, pois definirá sua reprodutibilidade ou não.

7 ANÁLISE A *POSTERIORI* E VALIDAÇÃO

Nesta fase, confrontamos as análises a *priori* com os dados colhidos durante a experimentação. De acordo com Almouloud e Coutinho (2008), ela

se apóia no conjunto de dados recolhidos durante a experimentação: observações realizadas sobre as sessões de ensino e as produções dos alunos em sala de aula ou fora dela. Esses dados são, às vezes, completados por dados obtidos pela utilização de metodologias externas: questionários, entrevistas individuais ou em pequenos grupos, realizadas em diversos momentos do ensino (ALMOULLOUD; COUTINHO, 2008, p. 68).

Conforme mencionamos na seção anterior, utilizamos os instrumentos de coleta de dados a fim de analisarmos e validarmos as situações propostas. Considerando o agregado de algumas características da pesquisa-ação com a ED, destacamos que, de acordo com Gil (2002), existem pesquisas em que há predominância da discussão em torno dos dados obtidos, a partir dos quais é feita a interpretação dos resultados. O autor pontua ainda que “Muitas vezes o trabalho interpretativo é elaborado com base apenas nos dados obtidos empiricamente” (GIL, 2002, p. 146).

Outro aspecto a pontuarmos diz respeito à validação da nossa pesquisa que, em virtude do delineamento escolhido, dar-se-á de modo interno, ou seja, a partir do confronto entre os comportamentos previstos em cada situação por ocasião das análises a *priori* com os dados da experimentação e assim validarmos as hipóteses formuladas na investigação (ALMOULLOUD; SILVA, 2012).

Após essa breve introdução, passamos à análise a *posteriori* e validação das situações didáticas. Contudo, iniciaremos pela análise do questionário respondido pelas docentes.

7.1 Análise a *posteriori* e validação da Situação Didática I

A primeira situação didática apresentou dois problemas do tipo composição e foi solicitado às docentes que respondessem três questionamentos: qual o problema considerava ser o mais difícil e o mais fácil, descrever características semelhantes e diferentes deles e como seria a abordagem desses problemas com material manipulável.

A pesquisadora reforçou que os problemas analisados pertenciam aos livros didáticos de matemática utilizados em sala de aula e que o objetivo da situação didática era refletir sobre esses problemas e, a partir dessa reflexão, possibilitar o desenvolvimento de um trabalho em sala de aula embasado teoricamente, com o devido conhecimento acerca das diversas características que os problemas matemáticos apresentam, uma vez que elas já trazem conhecimentos advindos da própria prática docente que realizam, conhecendo.

Quanto à primeira questão, podemos observar que as respostas das quatro professoras foram na mesma direção e, conforme previsto na análise *a priori*, elas não tiveram dificuldade em identificar que o problema **1** era mais fácil e o **2** mais difícil. As justificativas dadas pelas docentes tiveram a mesma linha de raciocínio, pois de acordo com elas o fato de o problema apresentar numerais de valores pequenos e não precisar de reagrupamento torna o primeiro problema mais fácil, inclusive pela possibilidade de resolução utilizando os dedos. Ressaltamos que tais respostas também confirmaram nossa previsão no sentido de que a justificativa não seria dada a partir de uma fundamentação teórica, mas pelos valores numéricos presentes nos problemas.

A resposta de cunho teórico da referida indagação, baseia-se na TCC, no tocante ao conceito pertencente a cada problema. O de número **1** apresenta uma relação de composição, cuja resolução dá-se pela soma, ou seja, o problema apresenta as duas partes e pede o todo. Em relação ao problema de número **2**, a relação estabelecida permanece, todavia a operação a ser realizada passa a ser uma subtração, pois o problema apresenta uma das partes, o todo e deseja saber a outra parte (VERGNAUD, 1993). Tal fato ocasiona uma maior complexidade no problema de número **2**.

Em relação à segunda pergunta, cujo objetivo era provocar análises mais detalhadas em relação aos problemas, três docentes entenderam que são semelhantes e apenas a professora Amor-perfeito afirmou que são diferentes. Conforme pensamos *a priori*, não houve consenso em relação à semelhança dos problemas.

Importante destacarmos que, considerando a Teoria dos Campos Conceituais, classificamos os problemas como semelhantes, uma vez que são do tipo composição, ou seja, compostos por partes e todo (MAGINA *et al.*, 2001).

Entretanto, eles também apresentam diferenças, pois a parte a ser conhecida é distinta em cada problema.

Interessante notar que a professora Violeta, que respondeu oralmente via *Google Meet*, demonstrou receio em estar respondendo “errado”, como é possível observar na transcrição apresentada na fase de experimentação, pois acreditava não dispor de estudos/teorias a respeito. Já a professora Girassol retrucou que não sabia justificar o porquê de serem semelhantes. Entretanto, a pesquisadora informou às participantes que elas deveriam responder conforme pensavam e não como achavam que deveria ser, uma vez compreendermos que o discente é protagonista do seu processo de aprendizagem e que a partir dos conhecimentos já consolidados novos conhecimentos são somados em um processo de rupturas e de filiações (VERGNAUD, 2007). Tais aspectos corroboraram com nossa previsão no sentido de que as professoras demonstrariam dificuldade em descrever as semelhanças e diferenças.

Durante a experimentação a professora Girassol mencionou o fato dos estudantes perguntarem se o problema “é de mais ou de menos”. Importa destacarmos que Magina *et al.* (2001) chamam a atenção para essa fala das crianças. De acordo com as autoras, ao realizar essa pergunta, as crianças estão interessadas em uma dica, pois o problema apresentado não oferece nenhuma pista de qual operação matemática usar, tais como as palavras ganhar, receber, perder, gastar. Esse fato justifica a maior complexidade nesse tipo de problema.

Outra fala que nos chamou a atenção foi quando a professora Girassol falou sobre a realização de “*alguma atividade sobre situação-problema*”. Tal fala despertou nossa atenção, pois coube uma interpretação na qual inferimos que o trabalho com as situações-problemas não é sistemático, ou frequente. Sobre essa fala, a BNCC pontua sobre o trabalho com os problemas matemáticos da seguinte maneira,

Os **processos matemáticos** de resolução de problemas, de investigação, de desenvolvimento de projetos e da modelagem podem ser citados como formas privilegiadas da atividade matemática, motivo pelo qual são, ao mesmo tempo, objeto e estratégia para a aprendizagem ao longo de todo o Ensino Fundamental (BRASIL, 2017b, p. 266, grifo do autor).

Dessa forma, compreendemos a importância de se realizar um trabalho consistente valendo-se das situações-problemas, as quais servirão não só enquanto

conteúdo, mas também enquanto metodologia para o desenvolvimento das competências matemáticas.

Um aspecto a ser considerado diz respeito ao desejo das professoras de saberem se estavam pensando certo ou não. Logo ao terminamos a questão dois, a professora Tulipa indagou-me sobre a resposta correta. Tal fato levou-nos a refletir sobre dois prismas: o interesse da professora na resolução das questões e o olhar dela em relação ao professor como o detentor do conhecimento, o centro do processo de aprendizagem. Entretanto, assentimos com Brousseau (2002, p. 31) quando nos fala sobre ensinar e aprender, pois “o ensino é a devolução ao aluno de uma situação adidática, apropriada; aprender é a adaptação do aluno a essa situação”. Neste sentido, o aluno/professora, sujeito de nossa pesquisa, tem papel de agente de seu aprendizado e por isso a ele é oportunizado falar, pensar, agir, interagir.

Em relação à questão número três, cujo objetivo era oportunizar as docentes observarem diferentes formas de resolver os problemas utilizando o material manipulável não estruturado a partir da resolução das colegas. Conforme previsto na análise *a priori*, as docentes apresentaram maneiras variadas de resolverem os problemas, ratificando a diversidade de pensamento e de possibilidades que surgem quando as docentes têm a oportunidade de participarem de momentos formativos.

Após essas análises entendemos como validada a situação proposta na medida em que as discussões e previsões feitas atingiram o objetivo: provocar reflexões acerca das características dos problemas de adição e subtração, bem como sobre a utilização de materiais manipuláveis não estruturados em virtude das aulas remotas.

7.2 Análise *a posteriori* e validação da Situação Didática II

O terceiro encontro foi pensado com o intuito de provocar nas docentes reflexões acerca das características dos problemas do campo aditivo, à luz da Teoria dos Campos Conceituais, especificamente sobre os problemas do tipo transformação. Na oportunidade foram selecionados problemas de 4ª extensão e protótipo. Ademais, objetivávamos instigar uma discussão inicial acerca das formas distintas de representação dos problemas, para além dos algoritmos. Uma das

formas que apresentamos dizia respeito aos diagramas defendidos por Vergnaud, uma vez que ele visava ao cálculo relacional.

No tocante à primeira questão, sobre as características dos problemas, as professoras Amor-perfeito, Tulipa e Girassol compreenderam que os dois problemas têm características de composição. A professora Violeta acreditou que o problema **B** era de composição e mencionou estar em dúvida em relação ao **A**. Depreendemos que o fato de a maioria ter acreditado que os problemas eram de composição deveu-se à primeira formação realizada no encontro anterior, na qual foram discutidos os problemas do tipo composição. Nesse sentido, nossa previsão de que elas poderiam escolher outra característica não se confirmou. Tal previsão deu-se no sentido de acreditarmos que elas usariam uma estratégia de exclusão ao lerem o enunciado e assim não considerarem a opção composição.

A questão número dois, cujo objetivo era suscitar reflexões sobre formas variadas de representar os problemas, para além dos algoritmos, um fato que destacamos diz respeito às representações das professoras Amor-perfeito (FIGURA 20) e Girassol (FIGURA 24). As docentes utilizaram em suas representações, além do algoritmo e do QVL, como havíamos previsto, diagramas semelhantes aos de Vergnaud. Salientamos que esse fato não havia sido previsto em nossas análises *a priori*. Acreditamos, porém que o ocorrido deveu-se à formação realizada no primeiro encontro, onde foi introduzida superficialmente tal estratégia e que, em alguma proporção, já tenha produzido aprendizado às docentes, corroborando com a própria teoria TCC ao reportar-se sobre as filiações provocadas pelos novos conhecimentos. A professora Tulipa (FIGURA 27) valeu-se de incógnitas e apenas a professora Violeta representou os problemas utilizando os algoritmos junto com o QVL (FIGURA 23).

Salientamos que, conforme previsto na análise *a priori*, além das características dos problemas de transformação, destacamos sua representação a partir dos diagramas. Tínhamos como objetivo oportunizar às docentes conhecer essa estratégia de resolução de modo a ampliar seus conhecimentos (e utilizá-los em sala de aula) no tocante à representação dos problemas de adição e subtração, para além dos algoritmos.

Quanto à questão número três, as professoras deveriam resolver os problemas utilizando materiais manipuláveis que possuísem em casa (palitos, grão, etc.) e, de acordo com a previsão realizada, duas das três docentes apresentaram

suas representações utilizando tais materiais. Tal fato oportunizou uma diversidade de representações enriquecendo a resolução da referida questão, tal como previsto.

Ressaltamos que a proposta da utilização do material manipulável não estruturado decorre do contexto das aulas remotas, uma vez que as professoras e os estudantes não têm à disposição em suas residências os materiais manipuláveis específicos para tratarem das relações matemáticas, como o material dourado, a escala *Cuisinaire*, o ábaco, etc.

Interessante observarmos que a manipulação do material não estruturado apoia-se na utilização do Quadro Valor de Lugar (QVL), conforme havíamos previsto na análise *a priori*, uma vez que se apresenta como um recurso importante para o ensino e a aprendizagem de conceitos matemáticos como o valor posicional e o Sistema de Numeração Decimal (BITTAR; FREITAS; PAIS, 2013).

7.3 Análise *a posteriori* e validação da Situação Didática III

A situação didática proposta tinha como objetivo ampliar os conhecimentos das docentes quanto aos tipos de problemas de adição e subtração, apresentando os problemas do tipo comparação. Para isso, foi solicitado que identificassem o problema mais difícil, que resolvessem os problemas e por fim que observassem qual relação havia neles.

No tocante à questão número um, as docentes, Girassol e Amor-perfeito, pontuaram que o problema **B** era o mais difícil. De acordo com a professora Girassol, os estudantes ao depararem-se com um problema desse tipo perguntam se o problema é de adição ou de subtração. Para a professora Amor-perfeito, a dificuldade apresenta-se na presença da palavra “diferença”. A professora Violeta acredita que o problema **A** é o mais difícil, pois de acordo com ela o problema **B** torna-se mais fácil por apresentar uma dica: a palavra “diferença”.

Interessante observar que a docente Violeta acredita que os estudantes já têm familiaridade com problemas dessa natureza em decorrência do trabalho desenvolvido no decorrer dos anos iniciais do ensino fundamental, de tal sorte que teriam condições de compreender o problema e de resolvê-lo, uma vez que estariam com a operação da subtração consolidada.

Compreendemos a fala da professora Violeta no sentido de que as docentes fornecem algumas dicas para os estudantes a partir dos termos que aparecem nos

problemas. Conforme mencionado pela professora Amor-perfeito, uma de suas estratégias para ensinar as operações matemáticas é chamar a atenção dos estudantes para os termos presentes no problema. Entretanto fazemos uma ponderação, pois considerando a análise que realizamos do livro didático de matemática, observamos que tais problemas não são encontrados em grande quantidade. Considerando ainda que o livro didático é o recurso didático mais utilizado em sala de aula, conforme respostas obtidas através do questionário, somos levados a inferir que os estudantes não têm contato com problemas dessa categoria com frequência de modo a garantir o desenvolvimento dos conceitos pertinentes ao problema em discussão, no caso comparação 3ª extensão. Tal fato pode justificar as dificuldades apresentadas pelos estudantes.

Importante pontuarmos que na análise *a priori* previmos que as professoras poderiam apresentar dificuldade para identificar o problema mais difícil, entretanto tal previsão não se conformou. Destacamos que na previsão consideramos apenas a análise a partir da TCC e não previmos que as docentes citariam a palavra “diferença” como um obstáculo para a resolução do problema. Tal fato revelou-nos que os conhecimentos pragmáticos das professoras foram acionados nessa situação possibilitando a elas uma análise distinta da nossa.

Em relação à questão número dois, que solicitava a resolução dos problemas, cujo objetivo era observar quais seriam as estratégias utilizadas, observamos que a resolução adotada pelas professoras deu-se através do cálculo numérico. Conforme previsto na análise *a priori*, as docentes priorizaram a utilização de algoritmos. Entretanto, a pesquisadora chamou a atenção para uma das resoluções que fazia referência aos diagramas de Vergnaud. Neste sentido, ela pontuou sobre esse novo saber, demonstrado pela docente Amor-perfeito, construído a partir da formação que estava sendo realizada. Na oportunidade, perguntou à professora se a resolução com os diagramas facilitava a compreensão do problema. Nesse instante, a docente confirmou que tais diagramas estavam contribuindo para que ela compreendesse melhor o que o problema estava solicitando.

Na sequência, a pesquisadora reforçou a ideia dos diagramas cujo objetivo é trabalhar com o cálculo relacional, ou seja, são utilizados como estratégia para compreender qual a relação estabelecida naquele problema.

Ainda sobre a segunda questão, a pesquisadora chamou a atenção para a forma como a professora Girassol resolveu, pois realizou a ilustração do material

dourado no QVL para resolver o problema **A**, bem como utilizou representações numéricas para resolver o problema **B**.

Salientamos que a professora Violeta utilizou apenas os algoritmos em sua resolução.

Quanto às características dos problemas, apesar das professoras não responderem que eles seriam de comparação, um fato é possível observar: a tentativa de valerem-se das informações já presentes na formação vivenciada. Ao justificarem suas respostas, percebemos que as docentes utilizaram termos e palavras pertencentes à teoria que elencamos para a análise dos problemas de adição e subtração. Tal fato corrobora para a consecução do nosso objetivo geral, na medida em que é possível verificar, tanto na fala como nas representações, a utilização de um novo repertório de conhecimento. Isso mostra-nos tentativas de ruptura com os antigos saberes e de filiação a partir do que foi exposto a elas em cada formação.

Preliminarmente, acreditamos que as docentes encontrariam algum entrave de ordem epistemológica para identificar a característica de comparação dos problemas. Tal previsão confirmou-se na medida em que nenhuma das três professoras participantes do encontro respondeu corretamente. Esse fato decorre da compreensão de que o estudo de tal temática configurou-se como elemento novo na formação dessas docentes de tal sorte que uma formação de quatro encontros não seria suficiente para consolidar esse volume de informações relativas à Teoria dos Campos Conceituais.

7.4 Análise *a posteriori* e validação da Situação Didática IV

A situação didática IV aconteceu no quinto encontro e teve como objetivo consubstanciar os conhecimentos, oriundos da Teoria dos Campos Conceituais (TCC) relativos às estruturas aditivas, adquiridos durante o percurso formativo proposto. Para tanto, a pesquisadora apresentou um problema do tipo composição e solicitou que as professoras o reelaborassem de modo a torná-lo um problema com características de transformação e outro com características de comparação.

A primeira a manifestar-se foi a professora Amor-perfeito. Na oportunidade, ela fez um resgate do que havia sido estudado nos encontros anteriores, pontuando as características dos problemas de transformação e de comparação.

Destacamos a fala da referida professora para pontuarmos a significância deste momento formativo, provocado por ocasião da pesquisa em desenvolvimento, pois podemos observar os impactos positivos provocados na formação dessa docente, uma vez que ela própria faz uma retrospectiva do que foi apresentado. Ressaltamos, todavia, que tendo em vista a formação ter sido realizada de forma virtual não é possível garantir se a referida docente expressou-se de memória ou se utilizou anotações. Entretanto, o que merece destaque é o próprio fato, pois evidencia as reverberações causadas no processo formativo por ocasião da formação. Tal fato coaduna com o objeto principal deste trabalho.

Conforme previsto em nossa análise *a priori*, as professoras apresentaram dificuldade em formular e validar as respostas, uma vez que o contato com a Teoria dos Campos Conceituais estava ocorrendo por ocasião desta formação. Durante a fase de análise *a priori*, previmos que as docentes apresentariam entraves em elaborar os problemas, fato esse confirmado. Contudo, previmos equivocadamente que teriam mais dificuldade em elaborar o problema de comparação, fato não validado na medida em que a fase de experimentação mostrou-nos que as docentes apresentaram mais dificuldade em elaborar o problema de transformação, uma vez que elaboraram um problema de composição 1ª extensão acreditando ser de transformação.

Vale ressaltarmos que, no desenvolvimento dessa situação didática, nas fases de formulação, validação e institucionalização houve diversas discussões e em vários momentos as fases aconteceram de forma simultânea. Conforme pontuado no instrumental avaliativo, as professoras sentiram-se bastante desafiadas em elaborar os problemas, pois com o advento da *internet* elas realizam buscas por atividades já prontas.

Ressaltamos ainda que após a institucionalização da situação didática, ocorrida a partir dos problemas elaborados pela pesquisadora, a fim de provocar mais reflexões, as docentes foram questionadas sobre quais as relações neles estabelecidas. Quanto ao primeiro problema, a professora Tulipa respondeu que era de comparação, enquanto a professora Amor-perfeito respondeu que era de transformação. Interessante registrar que, após ouvir a resposta divergente da colega, a professora Tulipa, ao ser inquirida se tinha certeza da resposta, pediu um tempo para pensar e logo mudou de opinião afirmando corretamente que se tratava de um problema de transformação. O mesmo ocorreu com o problema de

comparação que logo foi identificado. A professora Violeta não conseguiu responder ao questionamento, pois teve problemas com a internet.

Diante do exposto, observamos que tanto na elaboração quanto na identificação do problema de transformação configurou-se como um entrave epistêmico uma vez que o problema de comparação, especialmente o de 3ª extensão, apresenta características que as docentes logo conseguiram associar aos conhecimentos pragmáticos, em decorrência da experiência docente. Compreendemos ainda que os entraves, demonstrados pelas professoras que ensinam matemática nos anos iniciais, decorrem da ausência de uma formação voltada para o aprofundamento teórico quanto aos conceitos matemáticos e às metodologias de ensino.

Além disso, compreendemos que a situação didática proposta cumpriu seu objetivo na medida em que favoreceu a aproximação e a reflexão das docentes em relação às diversas características, melhor dizendo os diversos conceitos²⁴, que os problemas de adição e subtração podem apresentar.

7.5 Análise *a posteriori* do instrumental avaliativo

O último encontro foi destinado à avaliação do percurso formativo vivenciado nos quatro encontros anteriores. Esse momento foi realizado via *Google Meet* e via aplicativo de mensagens *WhatsApp*, nosso objetivo foi fazer um fechamento e registrar as percepções, compreensões e aprendizados das professoras em decorrência da formação. Na oportunidade, o instrumental dispunha de cinco questões discursivas, nas quais as docentes poderiam expor suas experiências. A primeira dizia respeito ao nome fictício, a segunda sobre a TCC, a segunda perguntava sobre a TSD, a quarta sobre os materiais manipuláveis e a quinta apresentava um quadro onde, de maneira sintética, elas apontariam o que não sabiam antes de participar da formação, o que aprenderam e o que utilizariam em sala de aula. Salientamos que analisaremos os aspectos mais relevantes a fim de consubstanciar os dados já coletados através das situações didáticas.

²⁴ “Cantidades discretas y continuas, medida, parte-todo, estado-transformación, comparación referida-referente [...]” (VERGNAUD, 2007, p. 296).

Iniciamos nossa análise a partir da fala da professora Girassol, na questão 2, ao pontuar que a TCC trabalha as operações matemáticas a partir de situações-problemas e que tal fato demanda interpretação para escolher qual operação usar. Pontuou ainda que, de certo modo, já realiza um trabalho semelhante, mas que não tinha a prática fundamentada teoricamente.

A fala da referida professora chama-nos a atenção no tocante às práticas docentes que muitas vezes dão-se de modo intuitivo, por ocasião das experiências vividas ao longo da carreira. Conforme Tardif,

Para atingir fins pedagógicos, o professor também se baseia em juízos provenientes de tradições escolares, pedagógicas e profissionais que ele mesmo assimilou e interiorizou. Ele se baseia, enfim, em sua 'experiência vivida' enquanto fonte viva de sentidos a partir da qual o próprio passado lhe possibilita esclarecer o presente e antecipar o futuro (TARDIF, 2002, p. 66).

Por compreendermos a importância de uma prática docente consciente e fundamentada teoricamente, esta pesquisa foi pensada, planejada e executada, de tal sorte que a fala da docente Girassol corrobora na contemplação do terceiro objetivo específico.

Ainda em relação à questão dois, a professora Violeta destacou o quinto encontro, ocasião em que foi solicitado a elas que elaborassem os problemas com as características de transformação e comparação, pois de acordo com ela foi um momento bastante desafiador. Ela pontuou no sentido de que as docentes costumam procurar atividades já prontas na internet e que o exercício de elaborar os problemas configurou-se como um desafio.

Quando eu tava em uma disciplina né... na faculdade tinha um professor que batia muito na tecla de... é... você fazer sua própria atividade, o seu próprio enunciado, que isso é muito difícil né. Geralmente a gente pesquisa, a gente procura e já acha algum pronto... mas se você for fazer é um quebra-cabeça né! Você montar uma atividade sua, você fazer uma avaliação mesmo né... por conta do enunciado! Você vê que aquelas... o nó que foi semana passada por conta do enunciado! Né?

Mais uma vez pontuamos a fala da docente Violeta no sentido de destacarmos a importância de tal momento para a formação dela, pois provocamos, intencionalmente, rupturas em seus conhecimentos já consolidados visando à ampliação do seu repertório teórico-metodológico.

A professora Amor-perfeito, na questão três, destacou que a TSD pode contribuir na sua prática por ocasião da resolução de problemas utilizando o algoritmo ou outras estratégias de resolução, como a utilização de materiais manipuláveis. Convém pontuarmos a fala da referida docente, pois entendemos que ela responde nossa questão de pesquisa bem como satisfaz ao objetivo geral, na medida em que a formação proposta teve como propósito a reverberação, dos conhecimentos adquiridos, nas práticas em sala de aula.

Quanto à questão número quatro, a professora Violeta pontuou positivamente sobre a acessibilidade em relação aos materiais manipuláveis não estruturados a serem utilizados nas aulas remotas. Além disso, salientou que tais materiais possibilitam lançar mão da criatividade para desenvolver conceitos matemáticos nos estudantes.

Ainda em relação à quarta questão, a professora Girassol afirmou que o material manipulável não estruturado pode ser utilizado de acordo com a necessidade do estudante, pois de acordo com ela “a compreensão é muito melhor”.

A questão número cinco, oportunizou às docentes refletirem sobre os conhecimentos teóricos que permeavam seu ideário e os adquiridos por ocasião da formação vivenciada.

A professora Violeta destacou que precisa estudar mais e que utilizará os enunciados das situações-problemas. No tocante à necessidade de realizar mais leituras para fundamentar sua prática em sala de aula, podemos observar que tal sentimento foi despertado a partir da formação vivenciada e, deste modo, acreditamos que o terceiro objetivo específico desta pesquisa está contemplado na resposta da referida docente. Mais uma vez, destacamos a fala da docente no sentido de pontuarmos a importância de tal momento na formação dela, pois provocamos, intencionalmente, rupturas em seus conhecimentos já consolidados visando à ampliação do seu repertório teórico-metodológico.

A professora Amor-perfeito sinalizou sobre seu aprendizado em relação aos problemas matemáticos no tocante às estruturas aditivas, bem como aos diagramas de Vergnaud. Afirmou ainda que apresentará um mesmo problema de formas variadas e que utilizará em sala de aula os diagramas de Vergnaud.

A professora Girassol pontuou acreditar que já utilizava essas teorias em sala sem saber, e relatou ainda a importância de desenvolver uma prática docente consciente fundamentada teoricamente. Neste sentido, ela afirmou que realizará

mais leituras, que irá traçar estratégias antes da resolução dos problemas e que utilizará mais materiais manipuláveis em sala de aula.

Essa fala ressaltou a importância dos materiais manipuláveis não estruturados, enquanto estratégia para o ensino do cálculo numérico, uma vez que a facilidade de encontrá-los em casa provoca no estudante a iniciativa de buscar e selecionar tais materiais de modo a resolver as atividades propostas pela professora.

Importa destacarmos que, conforme antecipamos em nossa hipótese principal, a ausência de uma teoria que fundamente a prática docente foi confirmada a partir do questionário elaborado pela pesquisadora e da própria fase de experimentação, pois as situações didáticas colocaram as professores diante de teorias, as quais não tinham conhecimento. Tal fato merece reflexões, pois as professoras desta pesquisa ensinam matemática há pelo menos três anos e, portanto participam de formação em serviço. Nesse sentido, inferimos, portanto que tais formações não têm oportunizado estudos acerca desta importante teoria na área da matemática que é a Teoria dos Campos Conceituais.

A partir das respostas das professoras podemos constatar que a formação vivenciada, por ocasião desta pesquisa realizada, mobilizou conhecimentos pragmáticos e epistêmicos de modo a assumir reconhecidamente a importância de formações de cunho teórico para a prática docente, pois a partir da experiência docente de sala de aula é possível consubstanciar prática e teoria.

8 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta dissertação desenvolveu uma pesquisa fundamentada metodologicamente nos pressupostos da Engenharia Didática (ED), ampliados pela Engenharia Didática de Formação (EDF), acerca dos conhecimentos teórico-metodológicos, relativos aos problemas do campo conceitual das estruturas aditivas com o suporte de materiais manipuláveis, de professoras pedagogas que ensinam matemática nos anos iniciais do ensino fundamental. Para tal, deu-se ênfase nos problemas de composição, transformação e comparação a partir da classificação proposta por Vergnaud (1993).

Neste tópico apresenta-se uma síntese do trabalho realizado, destacando os principais resultados emergidos a partir do objetivo principal e da questão de base que o nortearam.

Destaca-se inicialmente a motivação em desenvolver esta pesquisa, pois se deu em um primeiro momento pela experiência vivenciada na área da educação, em especial na formação de professores, bem como pela análise de resultados de avaliações externas, nacional e internacional, em que se verificou um baixo desempenho dos estudantes no tocante ao desenvolvimento de habilidades matemáticas envolvendo resolução de problemas de adição e subtração. Na oportunidade fundamentou-se como hipótese principal, para o baixo aprendizado apresentado nas avaliações externas (SAEB e PISA), a ausência de uma teoria, na formação dos professores que ensinam matemática nos anos iniciais do ensino fundamental no tocante aos problemas de adição e subtração, de modo a subsidiar a prática docente.

Dessa forma, elencou-se como objetivo geral investigar de que maneira o conhecimento acerca dos problemas pertencentes ao campo conceitual das estruturas aditivas pode repercutir positivamente na formação de professores que ensinam matemática nos anos iniciais do ensino fundamental, tendo como suporte didático materiais manipuláveis. Tal objetivo visou responder a questão de base ao indagar de que maneira uma formação docente acerca dos problemas pertencentes ao campo conceitual das estruturas aditivas pode repercutir positivamente na formação de professores que ensinam matemática nos anos iniciais do ensino fundamental, tendo como suporte didático materiais manipuláveis.

A partir do objetivo proposto e dos sujeitos selecionados (quatro pedagogas que ensinam matemática nos anos iniciais do ensino fundamental), considerou-se utilizar os pressupostos da Engenharia Didática, valendo-nos de suas quatro fases: análises preliminares, análise *a priori*, experimentação e análise *a posteriori* e validação. Contudo, a ênfase da engenharia proposta deu-se na formação docente, uma vez serem as professoras os sujeitos da pesquisa. Por esse motivo adotou-se a título de complementaridade a Engenharia Didática de Formação, também chamada de 2º geração. Destacou-se ainda, em caráter de complementaridade da metodologia escolhida, a Teoria das Situações Didáticas (TSD), por ocasião da experimentação. Tal teoria possibilitou a ação direta dos sujeitos no seu processo de aprendizagem, uma vez que a eles é oportunizado pensar, agir, formular, debater, questionar, etc.

Para tanto, na fase de concepção e análise *a priori*, foram elaboradas as quatro situações didáticas, abordando os problemas de composição, transformação e comparação, além do questionário e do instrumental avaliativo da formação. Destaca-se a previsão realizada em relação aos possíveis comportamentos das docentes, sujeitos desta pesquisa, bem como alguns entraves de ordem epistemológica em cada uma das fases da experimentação.

Ressalta-se que a experimentação aconteceu de forma remota, em virtude da pandemia do novo coronavírus, via plataforma *Google Meet*, durante seis encontros realizados no mês de junho de 2021, com duração de duas horas aproximadamente. Ademais, de modo complementar, utilizou-se o aplicativo de mensagens, *WhatsApp*, através da criação do grupo *Matematizando*, com vistas à obtenção de dados complementares a partir do compartilhamento das produções das docentes. Durante esta fase, foram desenvolvidas quatro situações didáticas envolvendo os problemas de adição e subtração, retirados dos livros didáticos de matemática, a serem analisados à luz da Teoria dos Campos Conceituais. Em cada uma das três primeiras situações didáticas foram abordados os problemas a partir da sua classificação: composição, transformação e comparação. Na última situação, houve uma síntese dos encontros anteriores englobando as três classificações. Frisa-se que o primeiro encontro destinou-se à apresentação da pesquisadora e da pesquisa, bem como à obtenção de informações acerca das docentes no tocante à sua formação e à sua prática docente em sala de aula, através da resolução do questionário. O último encontro ficou destinado ao instrumental avaliativo acerca da

formação. Nesse instrumental as professoras puderam relatar os conhecimentos obtidos por ocasião da formação vivenciada, bem como a sua aplicabilidade em sala de aula.

Quanto aos principais resultados apontados nesta pesquisa, nas análises preliminares, destacam-se em duas dimensões: a cognitiva e a didática. Na dimensão cognitiva, foi possível constatar que a formação do pedagogo em relação ao ensino da matemática configura-se como um fator complicador para os processos de ensino e de aprendizagem dos conteúdos matemáticos na medida em que tal formação apresenta lacunas, pois se dá de modo generalista, não contemplando as especificidades dos componentes curriculares. Em relação à análise da dimensão didática, constatou-se que os livros didáticos de matemática, utilizados pelas docentes, apresentam os problemas de adição e de subtração de maneira fragmentada, sem contextualização com as teorias abordadas neste trabalho, com ênfase no algoritmo e com exercícios para serem realizados a partir de exemplos dados. Complementando ainda os resultados da dimensão didática, observou-se, em banco de dissertações e de teses, que a temática abordada nesta pesquisa apresentou poucos estudos quando se trata da engenharia didática de formação, reforçando a relevância de tal estudo.

Na fase de experimentação, o questionário respondido pelas docentes apontou informações relevantes que oportunizaram consubstanciá-las a fim de melhor conhecermos nossos sujeitos, tais como: todas as professoras eram pedagogas; concursadas do município de Maracanaú; têm experiência no ensino da matemática de no mínimo três anos; recebem formação em serviço mensalmente; utilizam o livro didático em quase todas as aulas; ao abordarem os problemas de adição e subtração utilizam exemplos do cotidiano, abordam a ideia que o problema apresenta e duas delas afirmaram usar material manipulável; não conhecem a Teoria dos Campos Conceituais nem a Teoria das Situações Didáticas, fato esse que confirmou a hipótese principal. Tais informações revelaram a importância da formação proposta, uma vez que tinha como foco suscitar reflexões acerca da TCC e da TCC, bem como em relação à utilização do material manipulável, visando minimizar as lacunas deixadas pela formação do pedagogo e pelo livro didático, principal recurso utilizado pelas docentes.

Em relação às quatro situações didáticas, destaca-se inicialmente o engajamento das docentes na execução das mesmas, mostrando-se disponíveis

para realizá-las. Não obstante, as professoras colocaram em jogo todo o repertório de conhecimentos, pragmáticos e epistêmicos, já consolidados em sua experiência profissional. Além disso, de modo geral, conforme previsto na análise *a priori*, as docentes apresentaram dificuldade em perceber as características dos problemas e, por conseguinte, em classificá-los como: composição, transformação ou comparação.

Na análise *a posteriori* de cada situação didática realizada, foi possível observar os avanços cognitivos e o aprendizado oportunizado pela formação, quanto aos novos conhecimentos que se agregavam, uma vez que, em suas resoluções, as professoras demonstravam, através de expressões orais ou escritas, a utilização de termos e conceitos discutidos nas situações didáticas anteriores. Tal aspecto foi observado a partir da segunda situação didática, na qual algumas docentes utilizaram retângulos que se assemelhavam aos diagramas de Vergnaud (1993), bem como desenvolveram a análise dos problemas de transformação tendo como base as características dos problemas de composição, discutidos no encontro anterior.

Em relação ao instrumental avaliativo da formação, a análise *a posteriori* evidenciou a importância desta formação para as docentes, na medida em que as respostas ratificam a relevância das temáticas abordadas na formação (estruturas aditivas e materiais manipuláveis). Os registros indicam que esse momento foi oportuno para despertar algumas reflexões e interesses, citam-se: a importância da teoria para a prática docente; a vontade de ler mais sobre as teorias apresentadas; o desejo de participar de formações em serviço que tragam aspectos voltados ao fazer docente em sala de aula, tal qual a formação vivenciada na pesquisa.

As análises das situações didáticas e do instrumental avaliativo confirmam, que é possível, através da formação docente, ampliar de forma gradual e efetiva os conhecimentos docentes, na perspectiva teórico-metodológica, a fim de provocar mudanças no ensino das estruturas aditivas e, por conseguinte, desenvolver as competências matemáticas relativas a cada ano escolar e como consequência alavancar os índices educacionais.

Nesse sentido, compreendemos, portanto, que respondemos à nossa questão de pesquisa e contemplamos o objetivo geral na medida em que as respostas obtidas, no desenvolvimento das situações didáticas e na resolução do instrumental avaliativo, sinalizaram que a formação foi capaz de mobilizar os conhecimentos

existentes e ampliá-los, a partir dos novos que se constituíram na formação realizada.

A pesquisa, por hora realizada de forma remota, configurou-se como um desafio, uma vez que a metodologia utilizada foi criada para ser desenvolvida de forma presencial, onde o estudante/participante assume o papel de protagonista no seu processo de aprendizagem, além de ter a possibilidade de interagir ativamente com os outros participantes. Ademais, os recursos utilizados, como celulares e *internet*, estavam sujeitos a danos ou interrupções de sinais.

Não obstante, compreende-se como outra limitação a diminuta quantidade de encontros planejados, tendo em vista a consecução da pesquisa em tempo hábil, pois um maior número de encontros proporcionaria o aprofundamento das questões teóricas por parte das docentes, possibilitando melhor compreensão de tais conhecimentos.

Sugere-se para pesquisas futuras o aprofundamento de questões conceituais em relação à TCC, tais como: os diagramas de Vergnaud e a abordagem das outras relações aditivas (composição de transformação, composição de relações e transformação de uma relação). Pode-se considerar ainda uma investigação em sala de aula envolvendo docente e estudantes no tocante às classificações dos problemas. Outra possibilidade vislumbrada trata do aumento do número de professores participantes de tal sorte que seja possível coletar dados mais robustos acerca da aplicabilidade da temática abordada em sala de aula. Por fim, aponta-se como sugestão a realização de forma presencial da engenharia por hora apresentada de modo que seja possível observar *in loco* as fases da TSD, bem como o impacto provocado pela formação na prática docente.

Ademais, ao final deste esforço acadêmico, espera-se ter contribuído de maneira singular na formação continuada dos pedagogos que ensinam matemática nos anos iniciais do ensino fundamental quanto aos conhecimentos teórico-metodológicos necessários para o desenvolvimento, nos estudantes, das competências matemáticas relativas aos problemas de adição e de subtração.

REFERÊNCIAS

- ALMOULOUD, S. A. **Fundamentos da didática da matemática**. Curitiba: UFPR, 2007.
- ALMOULOUD, S. A.; COUTINHO, C. de Q. e S. Engenharia Didática: características e seus usos em trabalhos apresentados no GT-19 / ANPED. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**: REVEMAT, Florianópolis, Sc, v. 3, n. 1, p. 62-77, jan. 2008. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2008v3n1p62>. Acesso em: 21 set. 2020.
- ALMOULOUD, S. A.; SILVA, M. J. F. da. Engenharia didática: evolução e diversidade. **Revemat**: Revista Eletrônica de Educação Matemática, Florianópolis, v. 07, n. 2, p. 22-52, 2012. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.5007/1981-1322.2012v7n2p22>. Acesso em: 29 mai. 2020.
- a, F. R. V. Didática de matemática: seus pressupostos de ordem epistemológica, metodológica e cognitiva. **Interfaces da Educação**, Paranaíba, v.7, n. 21, p.131-150, 2016a. Disponível em: <https://periodicosonline.uems.br/index.php/interfaces/article/view/1259>. Acesso em: 27 jul. 2020.
- ALVES, F. R. V. Engenharia Didática para a generalização da sequência de Fibonacci: uma experiência num curso de licenciatura. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 18, n. 1, pp 61-93, 2016b. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/20879>. Acesso em: 20 out. 2020.
- ALVES, F. R. V. Engenharia Didática de Formação (EDF): sobre o ensino dos Números (Generalizados) de Catalan (NGC). **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 20, n. 2, p. 47- 83, 2018. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.23925/1983-3156.2018v20i2p47-83>. Acesso em: 28 ago. 2020.
- ARTIGUE, M. **Ingénierie Didactique. Recherches en Didactique des Mathématiques**. Grenoble: La Pensée Sauvage-Éditions, v. 9.3, p. 281-308, 1988.
- _____. Ingénierie didactique. In: BRUN, J. **Didactique des mathématiques**. Delachaux et Niestlé, 1996, pp. 243-274. Disponível em: http://www.kleio.ch/HEP_VS/hepvsvideo/8_INGENIERIE_DIDACTIQUE_ARTIGUE.pdf.
- BACHELARD, G. **A formação do espírito científico**: contribuição para uma psicanálise do conhecimento. Rio de Janeiro: Contraponto, 1996. 316 p. Tradução de: Estela dos Santos Abreu. Disponível em: <http://astro.if.ufrgs.br/fis2008/Bachelard1996.pdf>. Acesso em: 22 abr. 2020.
- BARGUIL, P. M.; MOTA, M. D. A. **Letramentos matemático e científico e interdisciplinaridade**. Fortaleza: EdUECE, 2019.
- BITTAR, M.; FREITAS, J. L. M. de; PAIS, L. C. Técnicas e tecnologias no trabalho com as operações aritméticas nos anos iniciais do ensino fundamental. In: SMOLE, K. S.; MUNIZ, C. A. (org.). **A matemática em sala de aula**: reflexões e propostas para os anos iniciais do ensino fundamental. Porto Alegre: Penso, 2013. p. 15-48.
- BOTAS, D. O. dos S. **A utilização dos materiais didáticos nas aulas de Matemática**: um estudo no 1º ciclo. 2008. 182 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de

Mestrado em Ensino das Ciências, Departamento de Ciências da Educação, Universidade Aberta, Lisboa, 2008. Disponível em: <https://repositorioaberto.uab.pt/bitstream/10400.2/1235/1/Disserta%C3%A7%C3%A3o materiais did%C3%A1cticos.pdf>. Acesso em: 17 mai. 2021.

BRASIL. **Parâmetros curriculares nacionais**: introdução aos parâmetros curriculares nacionais. Brasília: Mec/sef, 1997a. 126 p. Secretaria de Educação Fundamental. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro01.pdf>. Acesso em: 04 jul. 2020.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais**: matemática / Secretaria de Educação Fundamental. –Brasília: MEC/SEF, 1997b.

BRASIL. **Constituição da República Federativa do Brasil**: texto constitucional promulgado em 5 de outubro de 1988, com as alterações determinadas pelas emendas constitucionais de revisão nos 1 a 6/94, pelas emendas constitucionais nos 1/92 a 91/2016 e pelo decreto legislativo no 186/2008. Senado Federal: Coordenação de Edições Técnicas, 2016. 496 p. Disponível em: https://www2.senado.leg.br/bdsf/bitstream/handle/id/518231/CF88_Livro_EC91_2016.pdf. Acesso em: 23 dez. 2020.

BRASIL. **Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais da Educação Básica**. Brasília: Secretaria de Educação Básica, 2013. 562 p. Disponível em: https://www.gov.br/mec/pt-br/media/seb/pdf/d_c_n_educacao_basica_nova.pdf. Acesso em: 26 dez. 2020.

BRASIL. Secretaria de Editoração e Publicações. **LDB**: Lei de Diretrizes e Bases da educação nacional. Brasília: Senado Federal: Coordenação de Edições Técnicas, 2017a. 58 p. Disponível em: https://www2.senado.leg.br/bdsf/bitstream/handle/id/529732/lei_de_diretrizes_e_bases_1ed.pdf. Acesso em: 27 dez. 2020.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC)**. Educação é a Base. Brasília, MEC/CONSED/UNDIME, homologada dez 2017b. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/download-da-bncc>. Acesso em: 20 ago. 2019.

BRASIL. **Escalas de proficiência do SAEB**. Brasília: Inep, 2020. Disponível em: <https://www.gov.br/inep/pt-br/centrais-de-conteudo/acervo-linha-editorial/publicacoes-institucionais/avaliacoes-e-exames-da-educacao-basica/escalas-de-proficiencia-do-saeb>. Acesso em: 30 out. 2021.

BROUSSEAU, G. **Theory of didactical situations in mathematics**. New York / Boston/ Dordrecht / London / Moscow: Kluwer Academic Publishers, 2002. 327 p. (Mathematics Education Library). Translate: Nicolas Balacheff, Martin Cooper, Rosamund Sutherland AND Virginia Warfield.

_____. **Introdução ao estudo da Teoria das Situações Didáticas**: conteúdos e métodos de ensino (trad. Bogéa, Camila.), São Paulo, Ed. Ática, 2008. Disponível em: <https://www.passeidireto.com/arquivo/58043874/livro-introducao-ao-estudo-das-situacoes-didaticas-conteudos-e-metodos-de-ensino>. Acesso em: 22 abr. 2020.

ETCHEVERRIA, T. C. **O ensino das estruturas aditivas junto a professoras dos anos iniciais do ensino fundamental**. 2014. Tese (Doutorado em Educação

Matemática) – Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo, 2014. Disponível em:

<http://repositorio.pgsskroton.com.br/bitstream/123456789/3497/1/TERESA%20CRISTINA%20ETCHEVERRIA.pdf>. Acesso em: 10 jun. 2020.

ETCHEVERRIA, T. C.; CAMPOS, T. M. M.; SILVA, A. F. G. Campo Conceitual Aditivo: um estudo com professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Bolema, Rio Claro, v. 29, n. 53, p. 1181-1200, dez. 2015. Disponível em:

https://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0103-636X2015000301181&lng=pt&tlng=pt. Acesso em: 18 mai. 2020.

FIORENTINI, D. Alguns modos de ver e conceber o ensino da matemática no

Brasil. **Revista Zetetiké**, Campinas, v. 3, n. 1, p. 1-38, jun. 1995. Disponível em:

<https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646877/15035>. Acesso em: 25 jan. 2021.

FREIRE, P. **Pedagogia da Autonomia**: saberes necessários à prática educativa. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

GIL, Antonio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2002.

_____, A. C. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

GIOVANNI JÚNIOR, J. **A conquista da matemática**. São Paulo: FTD, 2018. 192 p. (Coleção). Manual do professor.

GONÇALVES, S. da R. V. O curso de pedagogia no Brasil: da formação específica para a formação generalista. **Revista Espaço do Currículo**, [S.L.], v. 10, n. 2, p. 244-258, 31 ago. 2017. Portal de Periodicos UFPB.

<http://dx.doi.org/10.15687/rec.v10i2.35393>. Disponível em:

<https://periodicos.ufpb.br/index.php/rec/article/view/rec.v10i2.35393>. Acesso em: 07 fev. 2022.

KAMII, C. **A criança e o número**: implicações educacionais da teoria de Piaget para a atuação junto a escolares de 4 a 6 anos. 26. ed. Campinas: Papirus, 1999.

Tradução de: Regina A. de Assis.

LORENZATO, S. (org.) **O laboratório de ensino de matemática na formação de professores**. Campinas: Autores associados, 2006. (Coleção formação de professores).

MAGINA, S.; CAMPOS, T. M. M.; NUNES, T.; GITIRANA. **Repensando adição e subtração: contribuições da Teoria dos Campos Conceituais**, 2 ed. São Paulo, PROEM, 2001.

MAGINA, S.; CAMPOS, T. As estratégias dos alunos na resolução de problemas

aditivos: um estudo diagnóstico. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 6, n. 1, pp. 53-71, 2004. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/emp/article/view/4680>.

Acesso em: 24 jun. 2020.

MATOS, K. S. L.; VIEIRA, S. L. **Pesquisa educacional**: o prazer de conhecer.

Fortaleza, Edições Demócrito Rocha, EdUECE, 2001.

MENDONÇA, T. M.; PINTO, S. M.; CAZORLA, I. M.; RIBEIRO, E. As estruturas aditivas nas séries iniciais do ensino fundamental: um estudo diagnóstico em

contextos diferentes. **Revista Latinoamericana de Investigación En Matemática**

Educativa: Relime, México, v. 2, n. 10, p. 219-239, 04 jul. 2007. Disponível em: http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-24362007000200003. Acesso em: 04 jan. 2021.

MOREIRA, M. A. A teoria dos campos conceituais de Vergnaud, o ensino de ciências e a pesquisa nesta área. **Investigações em Ensino de Ciências**, v7(1), p. 7-29, 2002. Disponível em: <https://www.lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/141212/000375268.pdf?sequence=1>. Acesso em: 31 mai. 2020.

NACARATO, A. M. Eu trabalho primeiro no concreto. **Revista de Educação Matemática**, Guarulhos, v. 9, n. 9-10, p. 1-6, 2005. Disponível em: <https://www.revistasbemsp.com.br/index.php/REMat-SP/issue/view/5>. Acesso em: 27 ago. 2020.

NUNES, F. G. Professores e Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN): como está essa relação?. **Ra e Ga: O espaço geográfico em análise**, Curitiba, v. 1, n. 24, p. 92-107, 2012. Departamento de Geografia – UFPR. Disponível em: <https://revistas.ufpr.br/raega/article/view/26210/17480>. Acesso em: 15 jan. 2021.

ORNELLAS, J. F. de; SILVA, L. C. O ensino fundamental da BNCC: proposta de um currículo na contramão do conhecimento. **Revista Espaço do Currículo**, João Pessoa, v. 12, n. 2, p. 309-325, 26 maio 2019. Portal de Periódicos UFPB. <http://dx.doi.org/10.22478/ufpb.1983-1579.2019v12n2.43516>. Disponível em: <https://periodicos.ufpb.br/index.php/rec/article/view/ufpb.1983-1579.2019v12n2.43516>. Acesso em: 26 nov. 2020.

PAIS, L. C. Traços históricos do ensino da aritmética nas últimas décadas do século XIX: livros didáticos escritos por José Theodoro de Souza Lobo. **Revista Brasileira de História da Matemática** - Vol. 10 n. 20, out. 2010/mar.2011, p. 127-146, 2010. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/161275>. Acesso em: 28 ago. 2020.

PASSOS, C. L. B.; NACARATO, A. M. Trajetória e perspectivas para o ensino de matemática nos anos iniciais. **Estudos Avançados**. São Paulo, v. 32, n.94, pp. 119-135, dezembro de 2018. Disponível em < http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0103-40142018000300119&lng=en&nrm=iso >. Acesso em 23 nov. 2020.

PERRENOUD, P. **10 Novas competências para ensinar**. Porto Alegre: Artmed, 2000.

PERRIN-GLORIAN, MJ.; BELLEMAIN, P. M. B. L'ingenierie didactique entre recherche et ressource pour l'enseignement et la formation des maitres. **Caminhos da Educação Matemática em Revista/online**, Aracaju, v. 9, n. 1, 2019, p. 45-82, dez. 2019. Disponível em: https://aplicacoes.ifs.edu.br/periodicos/index.php/caminhos_da_educacao_matematica/article/view/298. Acesso em: 21 set. 2020.

PERTILE, K.; JUSTO, J. C. R. O desafio dos professores dos Anos Iniciais para o ensino da Matemática conforme a BNCC. **Ensino em Re-Vista**, [S.L.], p. 612-636, 28 abr. 2020. EDUFU - Editora da Universidade Federal de Uberlândia. <http://dx.doi.org/10.14393/er-v27n2a2020-10>. Disponível em: <http://www.seer.ufu.br/index.php/emrevista/article/view/54064>. Acesso em: 11 maio 2020.

PIAGET, J. **Epistemologia genética** (trad. CABRAL, Á.). 2. ed. São Paulo, Martins Fontes, 2002.

RODRIGUES, F. C.; GAZIRE, E. S. Reflexões sobre uso de material didático manipulável no ensino de matemática: da ação experimental à reflexão. **Revemat**: R. Eletr. de Edu. Matem. Florianópolis, v. 07, n. 2, p. 187-196, 2012. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.5007/1981-1322.2012v7n2p187>. Acesso em: 10 maio 2020.

ROLKOUSKI, E. Dos Direitos de Aprendizagem e do Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa à Base Nacional Comum Curricular: o caso da alfabetização matemática. **Horizontes**, [S.L.], v. 36, n. 1, p. 119-131, 30 abr. 2018. Casa de Nossa Senhora da Paz A.S.F. <http://dx.doi.org/10.24933/horizontes.v36i1.628>. Disponível em: <https://revistahorizontes.usf.edu.br/horizontes/article/viewFile/628/280>>. Acesso em: 28 nov. 2020.

SANTANA, E. R. dos S. **Estruturas aditivas**: o suporte didático influencia a aprendizagem do estudante?. 2010. 338 f. Tese (Doutorado) - Curso de Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2010. Disponível em: <https://tede2.pucsp.br/handle/handle/11446?mode=full>. Acesso em: 20 set. 2020.

SANTANA, E.; ALVES, A. A.; NUNES, C. B. Teoria dos Campos Conceituais num Processo de Formação Continuada de Professores. **Bolema**, Rio Claro, vol. 29, n. 53, p. 1162-1180, 2015. Disponível em: <https://www.scielo.br/pdf/bolema/v29n53/1980-4415-bolema-29-53-1162.pdf>. Acesso em: 20 maio 2020.

SANTOS, A. A.; ALVES, F. R. V. A Engenharia Didática em articulação com a Teoria das Situações Didáticas como percurso metodológico ao estudo e ensino de Matemática. **Revista Acta Scientiae**, Canoas, v.19, n. 3, p.447-465, maio/jun.2017a.

SANTOS, A. P. R. A.; ALVES, F. R. V.. A teoria das situações didáticas no ensino das Olimpíadas de Matemática: uma aplicação do teorema de pitot. **Indagatio Didactica**, Aveiro, Portugal, v. 4, n. 9, p. 279-296, dez. 2017b. Disponível em: <https://proa.ua.pt/index.php/id/article/view/976>. Acesso em: 03 maio 2020.

SHULMAN, L. S. Conhecimento e ensino: fundamentos para a nova reforma. **Cadernoscenpec**: Pesquisa e ação educacional, São Paulo, v. 4, n. 2, p. 196-229, dez. 2014. Disponível em: <http://cadernos.cenpec.org.br/cadernos/index.php/cadernos/article/view/293>. Acesso em: 24 nov. 2020.

SOARES, F. dos S; DASSIE, B. A.; ROCHA, J. L.da. Ensino de matemática no século XX – da Reforma Francisco Campos à Matemática Moderna. **Horizontes**, Bragança Paulista, v. 22, n. 1, p. 7-15, jan./jun. 2004. ISSN: 0103-7706. Disponível em: [http://lyceumonline.usf.edu.br/webp/portaUSF/edusf/publicacoes/RevistaHorizontes/Volume_05/uploadAddress/horizontes-3\[6280\].pdf](http://lyceumonline.usf.edu.br/webp/portaUSF/edusf/publicacoes/RevistaHorizontes/Volume_05/uploadAddress/horizontes-3[6280].pdf). Acesso em: 30 abri. 2020.

SOARES, N. das N.; CARVALHO, M. I. da S. de S. Didática da Matemática Francesa: implicações na formação em exercício de professores dos anos iniciais do ensino fundamental. In: CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDCUAÇÃO MATEMÁTICA, 2011, Recife. **Artigo**. Recife: Ciaem, 2011. p. 1-12. Disponível em:

https://xiii.ciaem-redumate.org/index.php/xiii_ciaem/xiii_ciaem/paper/viewFile/1058/773. Acesso em: 03 maio 2020.

TARDIF, M. **Saberes docentes e formação profissional**. Petrópolis: Vozes, 2002.

TURRIONI, A. M. S.; PEREZ, G. Implementando um laboratório de educação matemática para apoio na formação de professores. In: LORENZATO, Sérgio. **Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores**. Campinas: Autores Associados, 2006. p. 57- 76.

VERGNAUD, G. Teoria dos campos conceituais. In: Nasser, L. (Ed.) **Anais do 1º Seminário Internacional de Educação Matemática** do Rio de Janeiro. p. 1-26, Rio de Janeiro, 1993.

_____. A gênese dos campos conceituais. in: GROSSI, E. Pi. (org.). **Por que ainda há quem não aprende?** Rio de Janeiro: Paz & Terra, 2003. p. 21-60.

_____. G. ¿En qué sentido la teoría de los campos conceptuales puede ayudarnos para facilitar aprendizaje significativo? **Revista Investigações em Ensino de Ciências (IENCI)**, Porto Alegre, v. 12, n. 2, p. 285-302, ago. 2007. Disponível em: <https://www.if.ufrgs.br/cref/ojs/index.php/ienci/article/view/475>. Acesso em: 11 nov. 2020.

_____. O longo e o curto prazo na aprendizagem da matemática. **Educar em Revista**, Curitiba, Editora UFPR, n. Especial 1/2011, pp. 15-27, 2011. Disponível em <https://www.scielo.br/pdf/er/nse1/02.pdf>. Acesso em: 28 jul. 2020.

_____. Quais questões a teoria dos campos conceituais busca responder?. **Caminhos da Educação Matemática em Revista/Online**, v. 9, n. 1, 2019. Disponível em: https://aplicacoes.ifs.edu.br/periodicos/index.php/caminhos_da_educacao_matematica/article/view/296. Acesso: 31 de jul. 2020.

VYGOTSKY, L. **A formação social da mente**. São Paulo: Livraria Martins Fontes Editora Ltda, 1984.

**INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO ESTADO
DO CEARÁ - IFCE
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA, PÓS-GRADUAÇÃO E INOVAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA
- PGECM
APÊNDICE A - QUESTIONÁRIO**

Pesquisadora: Samara Sales Frazão

Orientadora: Profa. Dra. Maria Cleide da Silva Barroso

Prezado(a) docente, desde já agradecemos sua participação em nossa pesquisa. Informamos que no questionário constam dezessete perguntas abertas cujo objetivo é coletar informações sobre sua formação, sua prática docente e seu repertório teórico. Ele é composto por três seções com perguntas abertas e obrigatórias. Informamos ainda que seu anonimato está garantido.

- 1- Graduação? _____
- 2- Tempo de profissão? _____
- 3- Turma(s) em que ensina? _____
- 4- Quais componentes curriculares ensina? _____
- 5- Há quanto tempo ensina Matemática? _____
- 6- Participa de formações em serviço específicas para a Matemática? Se sim, com que frequência? _____
- 7- As aulas de Matemática acontecem quantos dias por semana em cada turma?
- 8- Quais recursos didáticos utiliza nas aulas de Matemática presenciais?
- 9- Quantos dias na semana utiliza o livro didático de Matemática nas atividades de classe, em cada turma?
- 10- Considerando os problemas envolvendo as quatro operações matemáticas, como você aborda tal conteúdo em sala de aula?
- 11- Utiliza materiais manipuláveis ao abordar os problemas de adição e subtração? Se sim, quais?
- 12- Considerando o contexto de aulas remotas, você utiliza materiais manipuláveis ao abordar os problemas de adição e subtração? Se sim, quais?
- 13- Caso sua resposta tenha sido afirmativa na questão anterior, responda: Os estudantes também utilizam materiais manipuláveis nas aulas remotas? Se sim, quais? Se não, por quê?
- 14- Utiliza em sala de aula alguma teoria que embase sua prática docente no tocante ao ensino dos conteúdos matemáticos? Se sim, qual?
- 15- Utiliza em sala de aula alguma teoria voltada ao ensino das operações matemáticas? Se sim, qual?
- 16- Conhece a Teoria dos Campos Conceituais?
- 17- Conhece a Teoria das Situações Didáticas?

**INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO
ESTADO DO CEARÁ - IFCE
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA
MESTRADO ACADÊMICO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA
ÁREA DE CONCENTRAÇÃO: ENSINO DE MATEMÁTICA**

Pesquisadora: Samara Sales Frazão

Orientadora: Profa. Dra. Maria Cleide da Silva Barroso

Aluno/ Docente: _____

APÊNDICE B – SITUAÇÃO DIDÁTICA I

Analise os problemas abaixo.

1- Fábio comprou um sanduíche natural e um suco na lanchonete. O sanduíche custou 5,00 reais e o suco 2,00 reais. Quanto ele gastou na lanchonete?

2- Simone tem 55 reais e quer comprar um carrinho que custa 80 reais. Quanto falta para Simone comprar o carrinho?

Agora responda as perguntas abaixo.

1- Após analisar os problemas acima, qual você considera ser o mais fácil e o mais difícil? Por quê?

2- Eles têm características semelhantes ou diferentes? Descreva-as.

3- Quais estratégias de ensino e material manipulável você poderia usar para trabalhar esses problemas com os estudantes?

**INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO ESTADO
DO CEARÁ - IFCE**
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA
MESTRADO ACADÊMICO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA
ÁREA DE CONCENTRAÇÃO: ENSINO DE MATEMÁTICA

Pesquisadora: Samara Sales Frazão

Orientadora: Profa. Dra. Maria Cleide da Silva Barroso

Aluno/ Docente: _____

SITUAÇÃO DIDÁTICA II

Leia os problemas abaixo e em seguida responda as perguntas.

A- Helena recebeu certa quantia de seus pais, foi ao mercado e fez uma compra de R\$14,00. O caixa do mercado lhe deu R\$ 6,00 de troco. Quantos reais Helena ganhou dos pais?

B- Para a festa de aniversário de Luísa, a mãe dela fez 75 *cupcakes*. Se os convidados já comeram 44 *cupcakes*, quantos restaram?

1- Considerando algumas características existentes em problemas matemáticos, tais como a composição de duas partes, transformação de um estado inicial e relação entre medidas, quais você identifica nos problemas acima? Justifique sua resposta.

2- Além dos algoritmos, os problemas podem ser representados por esquemas, expressões. Pensando nisso, como você representaria esquematicamente esses problemas? Utilize os retângulos para representá-los.

3- Agora é a hora de resolver os problemas com o material manipulável não estruturado. Apresente sua resolução.

**INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO ESTADO
DO CEARÁ - IFCE**
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA
MESTRADO ACADÊMICO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA
ÁREA DE CONCENTRAÇÃO: ENSINO DE MATEMÁTICA

Pesquisadora: Samara Sales Frazão

Orientadora: Profa. Dra. Maria Cleide da Silva Barroso

Aluno/ Docente: _____

SITUAÇÃO DIDÁTICA III

Após ler e resolver os problemas abaixo, responda o que se pede.

A-A mãe de Juliana tinha 33 anos quando a filha nasceu. Se Juliana faz 10 anos hoje, qual é a idade atual da mãe dela?

B-Em um jogo de basquete entre as equipes **A** e **B**, o placar do jogo terminou assim: equipe **A** 94 pontos; equipe **B** 80 pontos. A equipe **A** venceu o jogo por uma diferença de quantos pontos?

Agora responda.

1-Dos problemas acima, qual você considera mais difícil? Justifique sua resposta.

2-Agora resolva os problemas acima.

3-De acordo com a teoria dos campos conceituais os problemas matemáticos apresentam características. Algumas delas são: composição de duas partes, transformação de um estado (inicial ou final) e relação entre medidas. Dentre elas, qual você identifica presente nesses problemas? Justifique sua resposta.

**INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO ESTADO
DO CEARÁ - IFCE**
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA
MESTRADO ACADÊMICO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA
ÁREA DE CONCENTRAÇÃO: ENSINO DE MATEMÁTICA

Pesquisadora: Samara Sales Frazão

Orientadora: Profa. Dra. Maria Cleide da Silva Barroso

Aluno/ Docente: _____

SITUAÇÃO DIDÁTICA IV

Leia o problema abaixo.

Em um parque há 30 bicicletas para adultos e 25 bicicletas infantis para alugar. Quantas bicicletas há para alugar no parque?

O referido problema, de acordo com a Teoria dos Campos Conceituais, é classificado como um problema do tipo composição. O mencionado problema tem como característica a composição de um todo a partir de duas partes que se juntam. A partir disso, e do que já discutimos nos encontros passados, trazemos um desafio para você: reelaborar esse problema tornando-o um problema com características do tipo transformação e outro do tipo comparação. Ao final justifique suas respostas.

**INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO ESTADO
DO CEARÁ - IFCE
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA, PÓS-GRADUAÇÃO E INOVAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA
- PGECM**

APÊNDICE C – INSTRUMENTAL AVALIATIVO

Pesquisadora: Samara Sales Frazão

Orientadora: Prof^a. Dr^a. Maria Cleide da Silva Barroso

Você está sendo convidada a responder o presente instrumental avaliativo com o intuito de avaliarmos os aprendizados consolidados ao final dos encontros formativos vivenciados.

1- Nome: _____

2- O que você compreendeu em relação à Teoria dos Campos Conceituais?

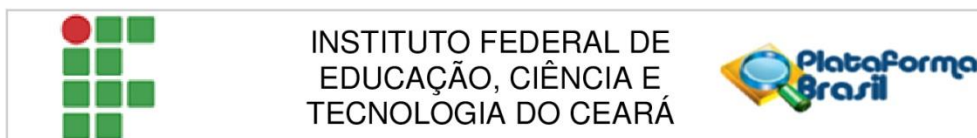
3-Em que medida a Teoria das Situações Didáticas pode contribuir com sua prática docente?

4-Como os materiais manipuláveis não estruturados podem ser incorporados à sua prática pedagógica?

5- Mediante as reflexões realizadas, acerca de teoria e prática relacionadas ao conteúdo abordado, preencha o quadro abaixo.

O que eu não sabia	O que eu aprendi	O que vou utilizar em aula

ANEXO A – PARECER CONSUBSTANCIADO DO COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA (CEP)



PARECER CONSUBSTANCIADO DO CEP

DADOS DA EMENDA

Título da Pesquisa: ESTRUTURAS ADITIVAS E OBJETOS MANIPULÁVEIS: UMA PROPOSTA METODOLÓGICA PARA O ENSINO DA MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL.

Pesquisador: samara sales fraza

Área Temática:

Versão: 3

CAAE: 39864620.0.0000.5589

Instituição Proponente: INSTITUTO FEDERAL DE EDUCACAO, CIENCIA E TECNOLOGIA DO CEARA

Patrocinador Principal: Financiamento Próprio

DADOS DO PARECER

Número do Parecer: 4.703.028

Apresentação do Projeto:

O projeto está inserido na Área de Estudo de Ciências Exatas e da Terra. De acordo com a pesquisadora: "Nossa pesquisa surge a partir de elementos internos e externos à sala de aula. Internos, uma vez que por meio de observações informais realizadas em ambiente escolar, em turmas do primeiro ao quinto ano do ensino fundamental, é possível constatar uma predileção, por parte das docentes que lecionam a disciplina de matemática, por metodologias mais voltadas para explicações orais, atividades em lousa com resolução de exercícios em livro didático e cadernos de exercícios. Externos, quando da realização de avaliações em larga escala, como o SAEB (nacional) e o PISA (internacional), nas quais apontam dados alarmantes no tocante ao desenvolvimento e consolidação de habilidades e competências matemáticas dos estudantes brasileiros. Dentre as competências índices medianos de desenvolvimento apontados nessas avaliações, está a capacidade de resolver situações-problemas envolvendo aspectos do dia-a-dia. A partir de tais aspectos, nos instigamos em investigar como as práticas docentes repercutem no processo de aprendizagem dos estudantes. Para tal, nossa pesquisa voltar-se-á para a sala de aula, para as práticas docentes, no tocante à didática da matemática. Nesse sentido elencamos como objeto de estudo a Teoria dos Campos conceituais no que concerne às estruturas aditivas. Para a metodologia da pesquisa, escolhemos trabalhar com os pressupostos advindos da didática francesa, ou didática da matemática, embasando-nos nos fundamentos da Engenharia Didática

Endereço: Rua Jorge Dumar, nº 1703

Bairro: Jardim América

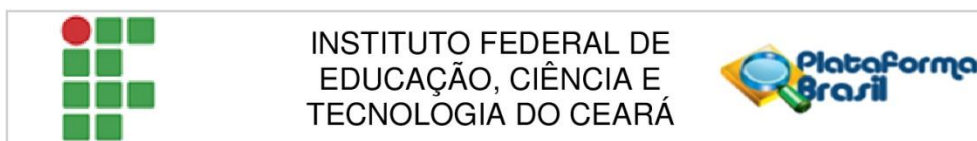
UF: CE

Município: FORTALEZA

CEP: 60.410-426

Telefone: (85)3401-2332

E-mail: cep@ifce.edu.br



Continuação do Parecer: 4.703.028

complementada pela Engenharia Didática de Formação. Enquanto metodologia de ensino, nos reportamos ao fundamentos da Teoria das Situações Didáticas, a fim de complementaridade à metodologia de pesquisa. Para tanto elencamos como sujeitos de nossa pesquisa quatro professoras pedagogas, atuantes nas turmas dos anos iniciais do ensino fundamental de uma mesma escola, pertencentes à rede municipal de ensino do município de Maracanaú (CE), responsáveis pela disciplina de matemática. Nossa pesquisa realizar-se-á in loco, onde serão realizadas observações das práticas docentes, com o intuito de colhermos dados sobre as estratégias utilizadas para o ensino das estruturas aditivas; realização de questionário objetivando colhermos mais dados sobre as docentes (tempo de serviço, formação inicial e continuada, conhecimentos prévios sobre a Teoria dos Campos Conceituais / estruturas aditivas, recursos didáticos utilizados); encontros formativos a respeito do objeto elencado (estruturas aditivas) bem como a proposição de situações didáticas envolvendo as estruturas aditivas e por fim um novo encontro para discutirmos os efeitos provocados nas práticas docentes por ocasião dos encontros formativos."

Critérios de inclusão: Quatro professoras da disciplina de matemática dos anos iniciais do ensino fundamental de uma escola municipal do município de Maracanaú.

Objetivo da Pesquisa:

O objetivo geral da pesquisa é "Investigar, à luz da Engenharia Didática de 2ª geração, de que maneira o conhecimento acerca dos problemas pertencentes ao campo conceitual das estruturas aditivas pode repercutir positivamente na formação de professores que ensinam matemática nos anos iniciais do ensino fundamental, tendo como suporte didático materiais manipuláveis."

Os objetivos específicos daí recorrentes são:

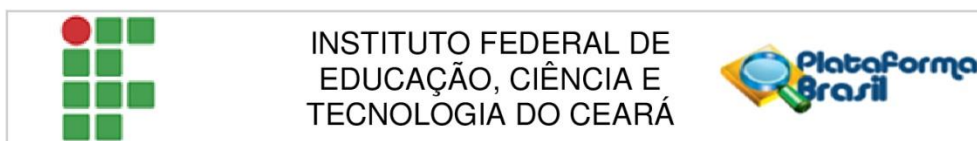
- Analisar quais recursos didáticos as professoras que ensinam matemática nos anos iniciais consideram como preferenciais ao abordarem os problemas do campo aditivo.
- Refletir sobre como os conhecimentos teóricos, relativos à TSD e à TCC, podem repercutir positivamente na formação docente no tocante ao ensino das estruturas aditivas e à utilização de objetos manipuláveis nas aulas de matemática.
- Propor às docentes que ensinam matemática nos anos iniciais, à luz da EDF, uma sequência didática visando ressignificar seus conhecimentos quanto às estruturas aditivas e à utilização de materiais manipuláveis.

Avaliação dos Riscos e Benefícios:

De acordo com a pesquisadora:

"Você não deve participar deste estudo se sentir-se constrangido por ocasião de alguma

Endereço: Rua Jorge Dumar, nº 1703
Bairro: Jardim América **CEP:** 60.410-426
UF: CE **Município:** FORTALEZA
Telefone: (85)3401-2332 **E-mail:** cep@ifce.edu.br



Continuação do Parecer: 4.703.028

intervenção que venha a ser feita, do questionário a ser respondido e dos encontros formativos virtuais, para os quais está sendo convidado (a) a participar. Caso venha a desenvolver tal sentimento em qualquer dos procedimentos listados acima, você tem a liberdade para deixar de participar do estudo em qualquer momento, sem haver nenhum tipo de prejuízo para com a sua conduta.”

Eis o benefício apresentado pela pesquisadora:

“Os docentes terão oportunidade de aprender conceitos matemáticos relativos à Teoria dos Campos Conceituais, com foco nas estruturas aditivas, bem como vislumbrar novas formas de pensar e planejar situações didáticas que promovam o desenvolvimento e a consolidação das habilidades matemáticas.”

Comentários e Considerações sobre a Pesquisa:

O projeto é uma proposta para uma dissertação do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática do IFCE Campus Fortaleza. Trata-se de uma emenda devido à mudança na metodologia: a pesquisa realizar-se-á de maneira totalmente remota, em virtude da pandemia de Covid-19 que inviabiliza os encontros presenciais.

Considerações sobre os Termos de apresentação obrigatória:

Todos os Termos de Apresentação Obrigatória foram anexados à Plataforma Brasil.

Recomendações:

1. Seria interessante que o Projeto passe por uma revisão (em especial no que concerne à ortografia).
2. No documento intitulado “Informações Básicas do Projeto”, lê-se: “Nossa pesquisa realizar-se-á de maneira totalmente remota, em virtude da pandemia de Covid-19 que inviabiliza os encontros presenciais. Para tal, valer-nos-emos da plataforma Google Meet.”. No arquivo “proj_cep_corrigido”, lê-se: “Ressaltamos que essa fase será realizada de forma totalmente remota através da plataforma Google Meet e do aplicativo de mensagens instantâneas WhatsApp.”. Dada a incoerência entre as informações disponibilizadas entre os documentos citados, é interessante que as informações estejam coerentes em todos os documentos anexados.

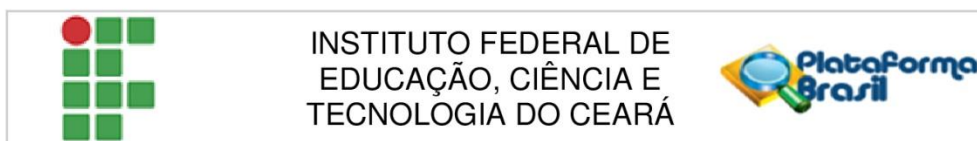
Conclusões ou Pendências e Lista de Inadequações:

Sem pendências.

Considerações Finais a critério do CEP:

É importante ressaltar que, caso alguma Instituição Coparticipante possua Comitê de Ética em

Endereço: Rua Jorge Dumar, nº 1703
Bairro: Jardim América **CEP:** 60.410-426
UF: CE **Município:** FORTALEZA
Telefone: (85)3401-2332 **E-mail:** cep@ifce.edu.br



Continuação do Parecer: 4.703.028

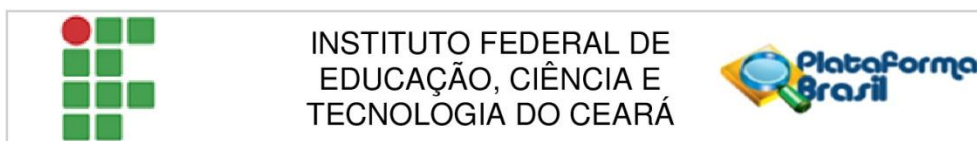
Pesquisa (CEP), o projeto, também, deverá ser avaliado no CEP da Instituição Coparticipante, após a aprovação no CEP da Instituição Proponente, devendo o pesquisador aguardar, também, a aprovação na Instituição Coparticipante antes de iniciar sua pesquisa. Logo, recomenda-se/solicita-se que o pesquisador efetue essa verificação.

Este parecer foi elaborado baseado nos documentos abaixo relacionados:

Tipo Documento	Arquivo	Postagem	Autor	Situação
Informações Básicas do Projeto	PB_INFORMAÇÕES_BÁSICAS_1722574_E1.pdf	19/04/2021 11:31:02		Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	tcle_corrigido2.pdf	14/04/2021 16:45:43	samara sales frazao	Aceito
Orçamento	despesas_corrigido.pdf	31/03/2021 23:43:38	samara sales frazao	Aceito
Cronograma	cronograma_corrigido.pdf	31/03/2021 23:43:09	samara sales frazao	Aceito
Outros	reteste.pdf	31/03/2021 23:41:44	samara sales frazao	Aceito
Projeto Detalhado / Brochura Investigador	proj_cep_corrigido.pdf	31/03/2021 23:40:58	samara sales frazao	Aceito
Outros	situacoes_didaticas.pdf	31/03/2021 23:40:01	samara sales frazao	Aceito
Outros	teste_inicial.pdf	31/03/2021 23:39:16	samara sales frazao	Aceito
Outros	inst_avaliat.pdf	05/11/2020 22:15:13	samara sales frazao	Aceito
Outros	questionario.pdf	05/11/2020 22:14:52	samara sales frazao	Aceito
Declaração de Instituição e Infraestrutura	decl_infratestura.pdf	05/11/2020 22:13:56	samara sales frazao	Aceito
Outros	decl_reg_result.pdf	05/11/2020 22:12:05	samara sales frazao	Aceito
Outros	decl_apres_res.pdf	05/11/2020 22:11:17	samara sales frazao	Aceito
Folha de Rosto	folha_de_rosto.pdf	05/11/2020 22:10:18	samara sales frazao	Aceito

Situação do Parecer:

Endereço: Rua Jorge Dumar, nº 1703
Bairro: Jardim América **CEP:** 60.410-426
UF: CE **Município:** FORTALEZA
Telefone: (85)3401-2332 **E-mail:** cep@ifce.edu.br



Continuação do Parecer: 4.703.028

Aprovado

Necessita Apreciação da CONEP:

Não

FORTALEZA, 11 de Maio de 2021

Assinado por:
Jefté Ferreira da Silva
(Coordenador(a))

Endereço: Rua Jorge Dumar, nº 1703
Bairro: Jardim América **CEP:** 60.410-426
UF: CE **Município:** FORTALEZA
Telefone: (85)3401-2332 **E-mail:** cep@ifce.edu.br

ANEXO B – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (TCLE)



INSTITUTO FEDERAL
CEARÁ
Cariacás Fertiliza

**INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO ESTADO
DO CEARÁ - IFCE**
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA, PÓS-GRADUAÇÃO E INOVAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA
- PGECM

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (TCLE)

ESTRUTURAS ADITIVAS E OBJETOS MANIPULÁVEIS: UMA PROPOSTA METODOLÓGICA PARA O ENSINO DA MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Pesquisadora: Samara Sales Frazão

Orientadora: Profª. Drª. Maria Cleide da Silva Barroso

Você está sendo convidado a participar como voluntário de uma pesquisa. Este documento, chamado Termo de Consentimento Livre e Esclarecido, visa assegurar seus direitos como participante e é elaborado em duas vias, uma que deverá ficar com você e outra com o pesquisador.

Por favor, leia com atenção e calma, aproveitando para esclarecer suas dúvidas. Se houver perguntas antes, ou mesmo depois, de assiná-lo você poderá esclarecê-las com o pesquisador. Se preferir, pode levar este Termo para casa e consultar seus familiares ou outras pessoas antes de decidir participar. Não haverá nenhum tipo de penalização ou prejuízo se você não aceitar participar ou retirar sua autorização em qualquer momento.

Justificativa e objetivos:

A referida pesquisa justifica-se por análises feitas em resultados de avaliações de larga escala realizadas no Brasil, nas quais apresentam dados preocupantes quanto ao desenvolvimento e consolidação das habilidades matemáticas dos estudantes do ensino fundamental, anos iniciais. Outro aspecto pontuado diz respeito às metodologias abordadas pelos docentes responsáveis pelo ensino da matemática, uma vez que há uma predominância na resolução de exercícios em livro didático e caderno, precedidos por explicações orais, em detrimento à utilização de matérias manipuláveis. Atribuímos a esses fatores, a ausência de uma teoria, na formação dos professores que ensinam matemática nos anos iniciais do ensino fundamental, acerca dos problemas pertencentes ao campo conceitual das estruturas aditivas. Neste sentido, a pesquisa que por hora desenhamos atenta-se para os conhecimentos docentes com vistas a ressignificá-los possibilitando assim uma transposição.

Objetivo geral

Investigar, à luz da Engenharia Didática de 2ª geração, de que maneira o conhecimento acerca dos problemas pertencentes ao campo conceitual das estruturas aditivas pode repercutir positivamente na formação de professores que ensinam matemática nos anos iniciais do ensino fundamental, tendo como suporte didático materiais manipuláveis.

Rubrica do pesquisador: _____

Rubrica do participante: _____

Objetivos específicos

-Analisar quais recursos didáticos as professoras que ensinam matemática nos anos iniciais consideram como preferenciais ao abordarem os problemas do campo aditivo.

-Refletir sobre como os conhecimentos teóricos, relativos à TSD e à TCC, podem repercutir positivamente na formação docente no tocante ao ensino das estruturas aditivas e à utilização de objetos manipuláveis nas aulas de matemática.

- Propor às docentes que ensinam matemática nos anos iniciais, à luz da EDF, uma sequência didática visando ressignificar seus conhecimentos quanto às estruturas aditivas e à utilização de materiais manipuláveis.

Procedimentos:

Participando do estudo você está sendo convidado a:

- ✓ Responder questionário acerca de sua formação inicial e continuada, bem como sobre os conhecimentos prévios a respeito do tema abordado, duração de uma hora/aula;
- ✓ Participar de quatro encontros formativos, com duração de duas horas/aulas cada, nos quais serão abordados aspectos teóricos (Teoria dos Campos Conceituais/estruturas aditivas e materiais manipuláveis) e práticos, com a realização da aplicação das situações didáticas.
- ✓ Permitir a coleta de dados durante os encontros formativos através de fotos, gravações de vídeo e/ou áudio e anotações das intervenções realizadas;
- ✓ Autorizar a divulgação dos resultados obtidos em tal pesquisa, ciente de que os dados coletados ao serem publicados garantem o anonimato dos sujeitos envolvidos.

Desconfortos e riscos:

Você **não** deve participar deste estudo se sentir-se constrangido por ocasião de alguma intervenção que venha a ser feita, do questionário a ser respondido e dos encontros formativos virtuais, para os quais está sendo convidado (a) a participar. Caso venha a desenvolver tal sentimento em qualquer dos procedimentos listados acima, você tem a liberdade para deixar de participar do estudo em qualquer momento, sem haver nenhum tipo de prejuízo para com a sua conduta.

Benefícios:

Os docentes terão oportunidade de aprender conceitos matemáticos relativos à Teoria dos Campos Conceituais, com foco nos problemas do campo conceitual das estruturas aditivas, bem como vislumbrar uma transposição desse conhecimento de modo a planejar situações didáticas que promovam, nos seus estudantes, o desenvolvimento e a consolidação das habilidades matemáticas.

Acompanhamento e assistência:

O participante tem a garantia de que, em havendo alguma eventualidade de desconforto, terá acesso à assistência médica, apoios de ordem pedagógica e psicológica, além disso, terá acesso à pesquisadora sempre que lhe achar necessário. Para maiores informações e esclarecimentos seguem os contatos: (85)99664-5643 e ssfrazao@gmail.com.

Sigilo e privacidade:

Rubrica do pesquisador: _____

Rubrica do participante: _____

Você tem a garantia de que sua identidade será mantida em sigilo e nenhuma informação será dada a outras pessoas que não façam parte da equipe de pesquisadores. Na divulgação dos resultados desse estudo, seu nome não será citado.

Ressarcimento e Indenização:

Sua participação na referida pesquisa não lhe acarretará qualquer tipo de despesa em momento algum. Salientamos também a inexistência de recompensa financeira. Contudo, caso alguns dos itens anteriores sejam violados pela pesquisadora, caberá direito à indenização.

Contato:

Em caso de dúvidas sobre a pesquisa, você poderá entrar em contato com as pesquisadoras Samara Sales Frazão e Maria Cleide da Silva Barroso pelo e-mail ssfrazao@gmail.com ou pelo celular (85) 99664-5643. Em caso de denúncias ou reclamações sobre sua participação e sobre questões éticas do estudo, você poderá entrar em contato com a secretária do Comitê de Ética em Pesquisa (CEP) do IFCE das 08:00 às 12:00 e das 13:00 às 17:00 no IFCE Reitoria - R. Jorge Dumar, 1703 - Jardim América, Fortaleza - CE, 60410-426; fone (85) 3401-2332 e-mail: cep@ifce.edu.br

Consentimento livre e esclarecido:

Após ter recebido esclarecimentos sobre a natureza da pesquisa, seus objetivos, métodos, benefícios previstos, potenciais riscos e o incômodo que esta possa acarretar, aceito participar e declaro estar recebendo uma via original deste documento assinada pelo pesquisador e por mim, tendo todas as folhas por nós rubricadas:

Nome do(a) participante:

Contato telefônico (opcional):

E-mail (opcional):

(Assinatura do participante ou nome e assinatura do seu RESPONSÁVEL LEGAL)

Fortaleza, ____/____/____.

Responsabilidade do Pesquisador:

Asseguro ter cumprido as exigências da resolução 510/16 CNS/MS e complementares na elaboração do protocolo e na obtenção deste Termo de Consentimento Livre e Esclarecido. Asseguro, também, ter explicado e fornecido uma via deste documento ao participante. Informo que o estudo foi aprovado pelo CEP perante o qual o projeto foi apresentado. Comprometo-me a utilizar o material e

Rubrica do pesquisador: _____

Rubrica do participante: _____

os dados obtidos nesta pesquisa exclusivamente para as finalidades previstas neste documento ou conforme o consentimento dado pelo participante.

Pesquisadora:

Samara Sales Frazão

Samara Sales Frazão

Fortaleza, ____/____/____.

Rubrica do pesquisador:_____

Rubrica do participante:_____