



INSTITUTO FEDERAL
DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
Ceará

**CAMPUS FORTALEZA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE
TELECOMUNICAÇÕES**

**TÍTULO: BIESTABILIDADE EM GRADE DE BRAGG EM FIBRA COM
DIFERENTES PERFIS DE NÃO-LINEARIDADE**

PAULO VICTOR FERREIRA PINTO

Fortaleza, 19 de Fevereiro de 2016

PAULO VICTOR FERREIRA PINTO

**BIESTABILIDADE EM GRADE DE BRAGG EM FIBRA COM DIFERENTES
PERFIS DE NÃO-LINEARIDADE**

Dissertação apresentada à coordenação do Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Telecomunicações do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará, Campus Fortaleza, para obtenção do título de Mestre em Engenharia de Telecomunicações.

Área de Concentração:

Sistemas de Comunicação

Orientador:

Prof. Dr. Glendo de Freitas Guimarães

Fortaleza, 19 de Fevereiro de 2016

Catálogo na fonte: Biblioteca Waldir Diogo de Siqueira

P659b Pinto, Paulo Victor Ferreira.

Biestabilidade em grade de bragg em fibra com diferentes perfis de não-linearidade / Paulo Victor Ferreira Pinto - Fortaleza: IFCE, 2016. 85p.

Dissertação (Mestrado em Engenharia de Telecomunicações).

Área de Concentração: Sistemas de Comunicação

Orientador: Prof. Dr. Glendo de Freitas Guimarães

1. ENGENHARIA DE TELECOMUNICAÇÕES - DISSERTAÇÃO. 2. GRADE DE BRAGG. 3. BIESTABILIDADE. I. Título.

CDD 621.38



BIESTABILIDADE EM GRADE DE BRAGG EM FIBRA COM DIFERENTES PERFIS DE NÃO-LINEARIDADE

Esta dissertação foi julgada adequada para a obtenção do título de mestre em Engenharia de Telecomunicações, sendo aprovada pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Telecomunicações do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará e pela banca examinadora.

Comissão Julgadora:

Prof. Dr. Glendo de Freitas Guimarães (orientador) - IFCE

Prof. Dr. Daniel Xavier Gouveia - IFCE

Prof. Dr. José Marcos Sasaki - UFC

Prof. Dr. Alisson da Conceição Ferreira - IFCE

Fortaleza, 19 de Fevereiro de 2016

*"Esta dissertação é dedicada em
memória de minha mãe."*

—

Agradecimentos

Em primeiro lugar, ao meu pai, que foi um dos pilares para o meu crescimento pessoal, contribuindo para minha formação intelectual e moral.

À minha mãe, a qual sua luta pela vida foi e vem sendo minha maior fonte de inspiração.

Ao meu filho, que é o principal combustível para todo o meu trabalho.

Em especial, à minha companheira, Hélida, que permaneceu ao meu lado durante todos os momentos.

Ao meu orientador, Glendo, que além de estar sempre presente e acompanhando este trabalho, me ensinou os verdadeiros valores da vida.

Aos professores da banca julgadora, José Marcos Sasaki, Daniel Xavier Gouveia e Alisson da Conceição Ferreira.

Aos professores Wally e Auzuir, que contribuíram bastante para a melhoria deste trabalho.

À todos os professores do programa de pós-graduação da engenharia de telecomunicações do IFCE - PPGET.

Aos meus grandes amigos do laboratório de fotônica e do PPGET.

Aos funcionários responsáveis pela limpeza e proteção do ambiente de trabalho, em especial à Dona Socorro.

A todos que estiveram envolvidos, de forma direta ou indireta, na realização deste trabalho.

À CAPES e a FUNCAP pelos créditos e pelo apoio financeiro

*"O bater das asas de uma borboleta num extremo do globo terrestre,
pode provocar uma tormenta no outro extremo
no espaço de tempo de semanas."*

— TEORIA DO CAOS - EDWARD LORENZ

Resumo

A biestabilidade óptica é um fenômeno de importância fundamental para aplicações de chaveamento e operações lógicas. Dispositivos ópticos para sistemas digitais baseados em biestabilidade e multiestabilidade óptica, tais como portas lógicas e flip-flops têm sido investigados para uso em sistemas de alto desempenho. Neste trabalho são apresentados resultados numéricos para análise da biestabilidade óptica em grade de Bragg em fibra em regime não-linear, considerando vários perfis de crescimento e decrescimento da não-linearidade: linear, exponencial e quadrático. A amplitude de variação da não linearidade, σ , foi variada em cada um dos perfis, obtendo-se diferentes curvas de biestabilidade e reflectividade. Foram analisadas a variação do *gap fotônico* (ou intervalo de chaveamento não-linear) ($\Delta_{\uparrow\downarrow}$) de cada um dos dispositivos com diferentes perfis de não-linearidade e as alterações das características de reflexão da grade de Bragg em fibra. A diferença entre as potências $\Delta_{\uparrow\downarrow} = P_{up\uparrow} - P_{down\downarrow}$ deve ser a maior possível para aplicações de chaveamento óptico com *gap fotônico* seguro. As intensidades de potência $P_{up\uparrow}$ e $P_{down\downarrow}$, para a biestabilidade dos perfis decrescentes obtidas foram menores que os perfis crescentes, e os valores de $\Delta_{\uparrow\downarrow}$ são, também, menores nos perfis decrescentes, importantes para aplicações de chaveamento óptico. O maior valor de $\Delta_{\uparrow\downarrow}$ dentre os perfis crescentes obtido foi de 4715,64 W para o perfil crescente exponencial com $\sigma = 20$. Já para o caso onde os perfis utilizados foram decrescentes, o maior valor de $\Delta_{\uparrow\downarrow}$ obtido foi de 945,89 W considerando o perfil decrescente linear e $\sigma = 2$. Os perfis de não linearidade decrescente reduziram as potências $up \uparrow$ e $down \downarrow$ em comparação aos perfis crescentes e aos casos em que foram considerados não-linearidade constante. O estudo numérico considerando os diferentes perfis de não-linearidade realizado neste trabalho tem implicações importantes para sistemas que necessitam de um *gap* fotônico seguro e que são voltados à aplicações de chaveamento óptico com intervalo de chaveamento ou níveis de potência de saída controlados.

Palavras-chave: Grade de Bragg em fibra, não-linearidade, biestabilidade.

Abstract

The optical bistability is a fundamentally important phenomenon for switching and logic operations applications. Optical devices for digital systems based on optical bistability and multistability such as logic gates and flip-flops have been investigated for use in high-performance systems. In this work, we present numerical results of an analysis of optical bistability in fiber Bragg grating under nonlinear regime considering various growth profiles as for nonlinearity: linear, exponential and quadratic. The range of variation of nonlinearity, σ , was varied in each of the profiles, achieving different curves of reflectivity and bistability. We analyzed the variation of the nonlinear switching interval ($\Delta_{\uparrow\downarrow}$) of each device with different profiles of nonlinearity and changes in the reflective characteristics of fiber Bragg grating. The difference between the powers $\Delta_{\uparrow\downarrow} = P_{up\uparrow} - P_{down\downarrow}$ should be as big as possible for optical switching applications with safe photonic gap. The power intensities $P_{up\uparrow}$ and $P_{down\downarrow}$ for the bistability of decreasing profiles obtained were lower than those for the increasing profiles, and the $\Delta_{\uparrow\downarrow}$ values were also lower in decreasing profiles, which is important for optical switching applications. The largest value of $\Delta_{\uparrow\downarrow}$ within the increasing profiles was 4715.64 W for the increasing exponential profile with $\sigma = 20$. As for the case where the profiles used were decreasing, the largest delta value obtained was 945.89 W considering the decreasing linear profile and $\sigma = 2$. The decreasing nonlinearity profiles reduced powers up $\uparrow$ and down $\downarrow$ compared to the increasing profiles and to cases that were considered constant nonlinearity. The numerical study considering the different nonlinearity profiles done this work has important implications for systems that require a safe photonic gap and which are focused on optical switching applications with switching range or output power levels controlled .

Keywords: Fiber bragg grating, nonlinearity, bistability.

Lista de Figuras

1.1	Exemplos de cristais fotônicos 1D, 2D e 3D. Fonte: (JOANNOPOULOS et al., 2011).	18
1.2	Princípio de funcionamento de uma FBG como filtro óptico. Fonte: (YIN; RUFFIN, 2002).	19
1.3	Dispositivo óptico constituído de metamaterial com dois canais: um canal constituído de fibra de vidro e outro constituído de metamaterial. Fonte: (COELHO et al., 2013).	21
2.1	Esquema mostrando o conceito de reflexão interna total. Fonte: (AGRAWAL, 1997).	29
2.2	Esquemático mostrando os defeitos causados pela fotossensibilidade em fibras dopadas com germânio. Fonte: (KASHYAP, 1999).	31
2.3	Técnica holográfica de duplo feixe para produção de FBGs. Fonte: (KASHYAP, 1999).	32
2.4	Técnica de Máscara de Fase para fabricação de FBGs. Fonte: (VOIG-TLÄNDER et al., 2011).	33
2.5	Representação de uma FBG de período Λ e os respectivos sentidos para os pulsos de entrada $A_f(0, t)$, transmitido $A_f(L, t)$ e refletido $A_b(0, t)$.	35
2.6	FBGs com <i>chirp</i> linearmente positivo e negativo.	37
2.7	Perfis de dispersão decrescentes utilizados num dispositivo SAGNAC em regime não-linear: gaussiano, linear, hiperbólico e exponencial. Fonte: (LIMA; SOMBRA, 1999).	37
2.8	Reflectividade calculada e medida experimentalmente de uma FBG irradiada por radiação UV de alta intensidade. Fonte: (LIMBERGER; FONJALLAZ; SALATHÉ, 1993).	41
2.9	Curva de biestabilidade gerada a partir da potência de saída em função da potência de entrada.	42
2.10	Curva de biestabilidade em FBG com <i>chirp</i> linearmente (a) positivo e (b) negativo. Fonte: (TIAN, 2011).	44
2.11	Curvas de biestabilidade para FBG uniforme e diferentes valores do produto γL são mostradas em (a) e (b). Fonte: (SHI, 1995).	44

3.1	Pulso de entrada do tipo secante hiperbólico com potência de entrada $P_{entrada} = 1\text{ W}$ e largura temporal de 2 ps	46
3.2	Perfis crescentes e decrescentes: linear, exponencial e quadrático para diferentes valores de σ	48
3.3	Reflectividade da FBG para potência de entrada 1 W	49
3.4	Biestabilidade da FBG com $\gamma = 1,2\text{ W}^{-1}\text{km}^{-1}$	50
3.5	Reflectividade da FBG com $\gamma = 1,2\text{ W}^{-1}\text{km}^{-1}$ e $P_{up\uparrow} = 39154,66\text{ W}$. . .	50
3.6	Reflectividade da FBG com $\gamma = 1,2\text{ W}^{-1}\text{km}^{-1}$ e $P_{down\downarrow} = 14316,32\text{ W}$. .	51
3.7	Biestabilidade da FBG com $\gamma = 24,0\text{ W}^{-1}\text{km}^{-1}$	51
3.8	Reflectividade da FBG com $\gamma = 24,0\text{ W}^{-1}\text{km}^{-1}$ e $P_{up\uparrow} = 1957,72\text{ W}$. . .	52
3.9	Reflectividade da FBG com $\gamma = 24,0\text{ W}^{-1}\text{km}^{-1}$ e $P_{down\downarrow} = 715,81\text{ W}$. .	52
3.10	Curvas de biestabilidade para perfis crescentes: linear, exponencial e quadrático para diferentes valores de σ	54
3.11	Evolução de $\Delta_{\uparrow\downarrow}$ para todos os perfis crescentes e para os diferentes valores de σ utilizados na simulação.	55
3.12	Curvas de reflectividade para os perfis crescentes nos pontos específicos $P_{up\uparrow}$ e $P_{down\downarrow}$ para os casos extremos utilizados nas simulações: $\sigma = 2$ ((a) e (b)) e $\sigma = 20$ ((c) e (d)).	56
3.13	Curvas de biestabilidade para perfis decrescentes: linear, exponencial e quadrático para diferentes valores de σ	58
3.14	Evolução de $\Delta_{\uparrow\downarrow}$ para todos os perfis decrescentes e para os diferentes valores de σ utilizados na simulação.	59
3.15	Curvas de reflectividade para os perfis decrescentes nos pontos específicos $P_{up\uparrow}$ e $P_{down\downarrow}$ para os casos extremos utilizados nas simulações: $\sigma = 2$ ((a) e (b)) e $\sigma = 20$ ((c) e (d)).	60

Lista de Tabelas

3.1	Valores dos Parâmetros Utilizados.	46
3.2	Perfis de Não-Linearidade.	47
3.3	Valores de $P_{up\uparrow}$, $P_{down\downarrow}$ e $\Delta_{\uparrow\downarrow}$ para as curvas de biestabilidade com diferentes perfis de não-linearidade crescentes.	55
3.4	Valores de $P_{up\uparrow}$, $P_{down\downarrow}$ e $\Delta_{\uparrow\downarrow}$ para as curvas de biestabilidade com diferentes perfis de não-linearidade decrescentes.	59

Lista de Abreviaturas

BGF	<i>Bandgap</i> Fotônico
FBG	Grade de Bragg em Fibra (<i>Fiber Bragg Grating</i>)
NLSE	Equação de Schrödinger Não-Linear (<i>Nonlinear Schrödinger Equation</i>)
AN	Abertura Numérica
CW	Onda Contínua (<i>Continuous Wave</i>)
CME	Equações do Modo Acoplado (<i>Coupled Mode Equation</i>)
SPM	Auto-Modulação de Fase (<i>Self-Phase Modulation</i>)
XPM	Modulação de Fase Cruzada (<i>Cross-Phase Modulation</i>)
FT	Transformada de Fourier (<i>Fourier Transform</i>)
IFT	Transformada Inversa de Fourier (<i>Inverse Fourier Transform</i>)
GVD	Dispersão da Velocidade de Grupo (<i>Group Velocity Dispersion</i>)
EDO	Equação Diferencial Ordinária
WDM	Multiplexação por Divisão de Comprimento de Onda (<i>Wavelength Division Multiplexing</i>)

Lista de Símbolos

ω_0	Frequência Central do Pulso
λ_B	Comprimento de Onda de Bragg
Λ	Período da FBG
β_2	Número de Onda de Bragg
n_0	Índice de Refração Médio
δn_1	Perturbação do Índice de Refração da FBG
n_2	Coeficiente Não-Linear do Índice de Refração
λ_{uv}	Comprimento de Onda da Fonte de Ultra-Violeta
A_f	Amplitude do Pulso Propagante
A_b	Amplitude do pulso Contra-Propagante
β_1	Coeficiente de Dispersão de Primeira Ordem
β_2	Coeficiente de Dispersão de Segunda Ordem
α	Coeficiente de Perda
κ	Coeficiente de Acoplamento da FBG
δ	Dessintonia (ou Detuning)
γ_0	Parâmetro de Não-Linearidade
r_g	Coeficiente de Reflexão
t_g	Coeficiente de Transmissão
$P_{entrada}$	Potência de Entrada do Sinal Luminoso
T_0	Largura a Meia Altura do Pulso no Domínio Temporal
$\xi(Z)$	Perfil de Não-Linearidade
σ	Amplitude de Variação da Não-Linearidade
$P_{up\uparrow}$	Potência de Chaveamento Up
$P_{down\downarrow}$	Potência de Chaveamento Down
$\Delta_{\uparrow\downarrow}$	Variação do Intervalo de Chaveamento Não-linear

Sumário

Lista de Figuras

Lista de Tabelas

Lista de Abreviaturas

Lista de Símbolos

1	Introdução Geral	17
1.1	Objetivos	22
1.2	Motivação	22
1.3	Organização do Trabalho	23
1.4	Produção Científica	24
2	Conceitos	27
2.1	Fundamentos	27
2.1.1	Fotossensibilidade em fibras ópticas e técnicas de produção de FBG's	30
2.1.2	Teoria do Modo Acoplado	33
2.1.3	Perfis sob efeitos de propagação em dispositivos ópticos	36
2.1.4	<i>Bandgap Fotônico</i>	38
2.1.5	Biestabilidade Óptica	41
3	Resultados	45
3.1	Procedimentos Numéricos	45
3.2	Resultados e Discussões	49
4	Conclusões	61
4.1	Sugestões para Pesquisas Futuras	62
	Referências Bibliográficas	63
	Apêndice A	69

Capítulo 1

Introdução Geral

As fibras ópticas são exemplos de componentes que funcionam como meio físico para transmissão de dados e que revolucionaram a indústria das telecomunicações em poucos anos, trazendo também novos desafios a serem alcançados. Através de cabos ópticos é possível guiar pulsos luminosos por diversos quilômetros, sem atenuações consideráveis do sinal e com alta taxa de transmissão de dados de um ponto a outro de uma rede intercontinental como descrito por (BASS; STRYLAND, 2002). Desde o advento dos sistemas de comunicação baseados em fibras ópticas o desenvolvimento de materiais opticamente ativos e com propriedades ópticas controladas por parâmetros externos tem aumentado de forma significativa. Diversas estruturas voltadas à aplicações específicas, tais como multiplexadores ópticos, acopladores, interferômetros em fibra óptica, amplificadores totalmente ópticos, filtros ópticos com intervalos de frequências bem definidos dentre outros, vêm sendo desenvolvidos ao longo das últimas três décadas.

Especificamente falando, filtros ópticos baseados em estruturas de *feedback* com *bandgap fotônico* (BGF) são frequentemente reportados à medida em que crescem as demandas por dispositivos ópticos com alta precisão e com características específicas para determinadas aplicações. Essas aplicações estão basicamente relacionadas a sensoriamento e comunicações ópticas como os descritos por (MÉNDEZ-ZEPEDA et al., 2015), (PENG et al., 2012) e (THARWAT et al., 2014). Estruturas com BGF, segundo (JOANNOPOULOS et al., 2011), são caracterizadas por arranjos periódicos em uma, duas ou três dimensões (1D, 2D ou 3D) de materiais dielétricos, como pode ser visualizado na Figura 1.1. A periodicidade dessas estruturas leva a formação de uma banda de energia para ondas eletromagnéticas que se propagam por meio desta estrutura, mostrando potenciais para diversas aplicações.

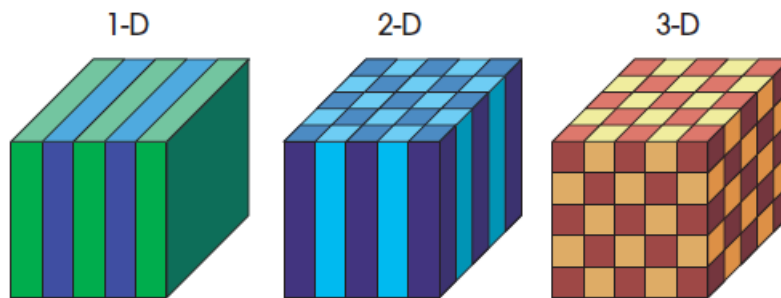


Figura 1.1: Exemplos de cristais fotônicos 1D, 2D e 3D. Fonte: (JOANNOPOULOS *et al.*, 2011).

Grades de Bragg em Fibra (FBGs, *do inglês Fiber Bragg Gratings*) são estruturas periódicas 1D as quais vêm sendo, nos últimos anos, bastante investigadas por sua capacidade única de filtragem e por sua versatilidade em sensoriamento óptico. (QIAN *et al.*, 2012) reportaram a produção de um sensor de índice de refração baseado na combinação de uma fibra de cristal fotônico de $2,5\text{ cm}$ em série com uma FBG centrada em $1566,8\text{ nm}$ e com 99% de reflectividade. A resolução do sensor obtido é em torno de $1,5 \times 10^{-5}$ em torno do índice de refração igual a 1,360. Filtros baseados em FBG são importantes quando os requisitos, tais como a estreita largura de banda de reflexão, são bastante rigorosos, evitando problemas eventuais como *crosstalks* em um canal de comunicação. O comprimento de onda central refletido pela grade depende diretamente do período da estrutura. Na Figura 1.2 é mostrado o princípio de funcionamento de uma FBG como filtro óptico. Um sinal com espectro relativamente largo é lançado em uma fibra óptica com FBG inscrita obtendo-se os espectros de reflexão e transmissão da mesma.

Além de ser utilizada como um filtro óptico preciso de componentes espectrais e como transdutor óptico para sensoriamento, a FBG também pode ser utilizada como dispositivo compensador de dispersão em sistemas de comunicações ópticas intercontinentais tal como é mostrado por (KHAN; ISLAM, 2010).

Em sua forma mais simples, a FBG é fabricada induzindo-se uma modulação periódica no índice de refração do núcleo da fibra, o qual é dopado com íons de germânio ou outro elemento semiconductor. Essa modulação é resultado da mudança permanente no índice de refração e, geralmente, é alcançada por incidir-se luz ultravioleta de alta intensidade, utilizando algumas técnicas tal como a descrita em (MELTZ; MOREY; GLENN, 1989). O processo de inscrição de FBG¹ vem sendo cada vez mais aperfeiçoado e, portanto, reportado em vários trabalhos, sendo estendido à diferentes tipos de fibras ópticas como as fibras de cristal fotônico e as fibras poliméricas descritos por (SALIMINIA; PROULX; VALLÉE, 2014) e (KOERDT *et al.*, 2014).

¹O termo inscrição se refere ao processo de produção do dispositivo por meio do efeito da fotossensibilidade.

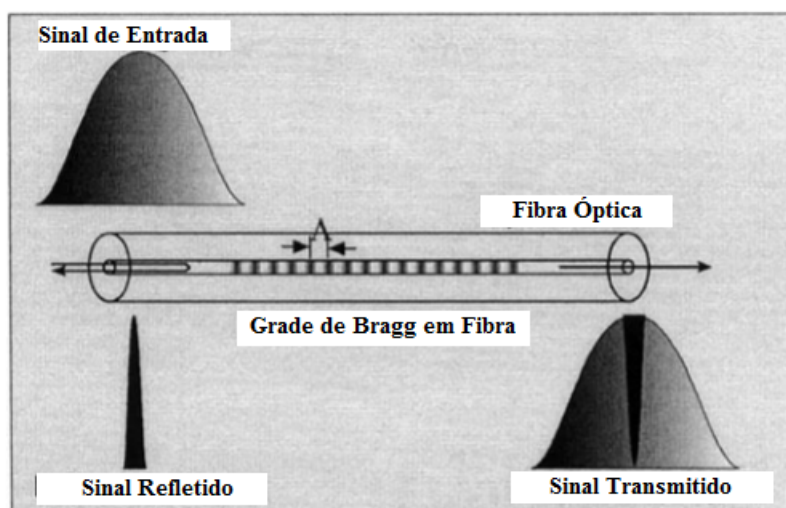


Figura 1.2: Princípio de funcionamento de uma FBG como filtro óptico. Fonte: (YIN; RUFFIN, 2002).

No início dos trabalhos com sistemas intercontinentais de longas distâncias surgiu a necessidade do uso de pulsos de alta potência devido às perdas do sinal ao longo da propagação na fibra óptica. O objetivo de se usar alta potência nesses sistemas era reduzir o número de equipamentos básicos em sistemas de comunicação ópticos como, por exemplo, os amplificadores necessários para a recuperação da potência do sinal, diminuindo, assim, os custos do projeto. A consequência do uso de alta potência luminosa é que algumas características básicas dos dispositivos que compõem o sistema passam a responder de forma diferente, dependendo diretamente da potência de entrada. O *detuning* efetivo (ou dessintonia efetiva) de uma FBG, quando em regime não-linear, passa a sofrer variações conforme a potência do sinal de entrada. Isso leva a formação de estados defeituosos dentro do BGF do dispositivo, o qual passa a permitir a transmissão de frequências que antes eram refletidas de acordo com a teoria de Bragg da difração. Os efeitos não-lineares em FBGs têm sido investigados ao longo dos anos por vários autores como (SHI, 1995). O autor mostra, pela primeira vez, as curvas de biestabilidade de uma FBG em regime não-linear obtidas, numericamente, considerando-se um modo propagante e um modo contrapropagante. Os resultados numéricos foram obtidos através da solução das equações do modo acoplado para o dispositivo em questão, as quais contém os termos responsáveis pela interação não-linear do efeito Kerr, por meio do método da matriz de transferência. (PEREIRA; SIPE, 1998) estudaram os efeitos de propagação de pulsos não-lineares em FBG considerando-se a birrefringência do dispositivo. Neste trabalho foram considerados duas componentes de polarização para cada um dos sinais propagante e contrapropagante, chegando-se a quatro equações acopladas. Estas equações levam em consideração as interações entre as componentes de polarização, o que pode

ocasionar mudanças nos estados de polarização dos sinais refletido e transmitido.

A ocorrência de efeitos não-lineares tais como automodulação de fase (SPM, *do inglês Self-Phase Modulation*) e modulação de fase cruzada (XPM, *do inglês Cross-Phase Modulation*), resultado da interação não-linear do efeito Kerr, afetam profundamente as características de reflexão e transmissão da FBG, o que pode levar a ocorrência de biestabilidade. A não-linearidade, somente, é insuficiente para assegurar a ocorrência de biestabilidade em dispositivos ópticos. Para que isso ocorra é necessário, também, que o dispositivo possua dois modos: um propagante e um contrapropagante. A partir das condições de contorno do dispositivo, o surgimento de um ou mais estados estacionários característicos de uma cavidade óptica é o fator mais importante para a interação não-linear responsável pelo surgimento de biestabilidade ou multiestabilidade como descrito por (GIBBS, 2012). Outros efeitos não-lineares, como o self-steepening e a dispersão de 3° ordem, conhecidos como efeitos de propagação de alta ordem, também podem aparecer se os pulsos utilizados no sistema são da ordem de 0,1 ps podendo alterar, ainda mais, as características de reflexão da FBG ou de outro dispositivo óptico segundo (AGRAWAL, 2007).

A biestabilidade óptica é um fenômeno de importância fundamental para aplicações de chaveamento não-linear, como descrito em (LEE; AGRAWAL, 2003). Dispositivos ópticos para sistemas digitais baseados em biestabilidade e multiestabilidade óptica, tais como portas lógicas e flip-flops têm sido investigados para uso em sistemas de alto desempenho como foi reportado por (KARIMI et al., 2012) e (HEGDE; WINFUL, 2005). Desde a primeira observação de biestabilidade óptica em um meio não excitado de vapor de sódio (Na) em 1974, por (MCCALL; GIBBS; CHURCHILL, 1975), ela têm sido investigada em diversos materiais, incluindo minúsculos *interferômetros Fabry-Perot* semicondutores. O primeiro trabalho apresentando curvas de biestabilidade como uma manifestação de efeitos não-lineares em FBGs foi realizado em 1979 por (WINFUL; MARBURGER; GARMIRE, 1979). Desde lá, vários outros dispositivos têm sido propostos. Histerese biestável foi observada em um experimento de ressonância de cíclotron com um único elétron por (GABRIELSE; DEHMELT, 1985). Os parâmetros de saída e de controle escolhidos para esse sistema foram a energia cinética e a frequência de cíclotron. Em sistemas ópticos, geralmente, são utilizados como parâmetro de controle e saída os valores de potência de entrada e potência transmitida.

Um dispositivo óptico de metamaterial, o qual é um material com índice de refração negativo, proposto por (COELHO et al., 2013), apresentou características biestáveis mesmo não sendo um dispositivo de cavidade propriamente dito. A presença de metamaterial em dispositivos ópticos, que em princípio não são, necessariamente, cavidades, faz surgir um campo contrapropagante em relação ao campo propagante do sinal de entrada, apresentando um comportamento característico de uma cavidade

óptica. A Figura 1.3 mostra o dispositivo constituído de metamaterial o qual possui dois canais: um constituído de fibra de vidro comum e outro constituído de metamaterial. (HEGDE; WINFUL, 2005) reportaram biestabilidade em estruturas de *feedback* compostas de metamaterial as quais podem ter o *gap fotônico* (ou intervalo de chaveamento não-linear) controlados por variar a dispersão do metamaterial.

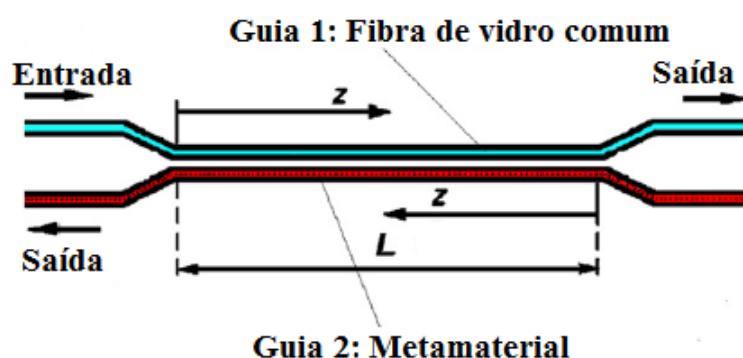


Figura 1.3: Dispositivo óptico constituído de metamaterial com dois canais: um canal constituído de fibra de vidro e outro constituído de metamaterial. Fonte: (COELHO et al., 2013).

Recentemente, (LYNCH et al., 2015) estudou a biestabilidade óptica para um sistema atômico de dois níveis homogeneamente ampliado, em uma cavidade em anel na qual é investigada dentro e fora da aproximação de onda rotacionada com vistas às aplicações em processamento digital de sinais. Foram desenvolvidos estudos em um nanossensor do tipo *Fabry-Perot* composto de dois refletores formados de placas contidas de metamaterial dispostas periodicamente de maneira que constituem uma nanocavidade sanduiche entre os dois refletores. A biestabilidade foi analisada por (TAHMASEBI; KESHAVARZ; HATAMI, 2015) fazendo uma comparação com um meio convencional e variando a frequência para verificar a influência da frequência sobre a histerese obtida. (ASADPOUR; SOLEIMANI, 2016) analisou o impacto de uma nanoestrutura plasmônica sobre o comportamento da biestabilidade óptica e da multiestabilidade em um sistema quântico de quatro níveis embarcado em uma cavidade em anel unidirecional. Esse estudo revelou que a velocidade de grupo do pulso propagado no meio é fortemente dependente da distância entre a nanoestrutura plasmônica e o sistema quântico de quatro níveis.

A existência de defeitos em estruturas de BGF também têm sido investigada devido às diferentes propriedades espectrais que elas podem ocasionar. Esses defeitos quebram a simetria da estrutura e, também, dão origem a estados defeituosos ou frequências permitidas dentro da região do BGF como é discutido por (VILLAR et al., 2003). Os estados defeituosos aparecem como vales na região da resposta de reflexão do dispositivo em estudo.

A quebra de simetria aliada ao uso de alta potência luminosa, e consequentemente

os efeitos não-lineares, podem tornar, mais ainda, evidentes os estados defeituosos das respostas de reflexão e transmissão de uma FBG. Logicamente, a quebra de simetria se torna mais evidente com o aumento da potência luminosa de entrada e com o número de íons do elemento dopante, respeitando-se um certo limite no número de moles devido ao aumento das perdas do sinal e de outros efeitos que podem surgir como função desse parâmetro como discutido por (FOK M.P. E PRUCNAL, 2010). Essa alta potência poderia ser reduzida introduzindo-se o uso de fibras ópticas de calcogênios descritas por (ASOBE, 1997). Utilizar FBGs inscritas nessas fibras poderia reduzir a potência de chaveamento óptico até 100 mW como reportado por (YOUSEFI; HATAMI, 2014). Tais níveis de potência já são possíveis de serem alcançadas utilizando lasers disponíveis no mercado, o que sugere a realização neste regime nos próximos anos.

1.1 Objetivos

Neste trabalho foram avaliados a variação do *gap fotônico* (ou intervalo de chaveamento não-linear) $\Delta_{\uparrow\downarrow}$, definido como a diferença entre $P_{up\uparrow}$ e $P_{down\downarrow}$, da FBG, sujeitos aos efeitos não-lineares SPM e XPM utilizando-se funções perfis, $\xi(Z)$, de crescimento e decrescimento para o parâmetro de não-linearidade, γ , tais como: linear, exponencial e quadrático. Neste estudo a quantidade σ , definida como amplitude de variação da não-linearidade, é variada em cada um dos perfis, obtendo-se diferentes curvas de biestabilidade. São investigados, também, as curvas de reflectividade, obtidas a partir dos resultados numéricos para os pulsos propagante e contrapropagante nas condições de contorno da FBG e calculados por meio da utilização do método Runge-Kutta de 4º ordem para resolução da Equação Não-Linear de Schrodinger (NLSE). As reflectividades nos pontos críticos das curvas de biestabilidade, $P_{up\uparrow}$ e $P_{down\downarrow}$, são avaliadas para os casos em que $\sigma = 2$ e $\sigma = 20$. Os deslocamentos espectrais, causados pela não-linearidade, são observados, em relação ao valor central refletido do comprimento de onda de $1550,0 \text{ nm}$, considerando-se o valores de potência fixos nesses pontos críticos. É esperado obter-se um controle da potência necessária para ocorrência de chaveamento não-linear, mantendo-se um *gap fotônico* seguro para aplicações de chaveamento em função de σ .

1.2 Motivação

As FBG estão surgindo como um dos componentes essenciais para a próxima geração de redes totalmente ópticas, pois são dispositivos compactos os quais podem ser produzidos dentro da própria estrutura da fibra óptica. Além disso sua estreita lar-

gura de banda de reflexão faz da FBG um dispositivo com alta precisão e de baixo custo se comparados com outros dispositivos essenciais a um sistema de comunicação óptico. A transmissão da FBG em regime de não-linearidade é biestável, sugerindo que pode ser possível alterar as características de reflexão desse dispositivo apenas utilizando um pulso de bombeamento de alta potência. Isso torna a FBG uma alternativa para aplicações de chaveamento óptico e como dispositivo lógico integrado. Especificamente falando, nos sistemas de comunicação totalmente ópticos existe a necessidade de se usar dispositivos lógicos como flip-flops, chaves ópticas, memórias ópticas dentre outros que não dependem de parâmetros elétricos. Sistemas eletro-ópticos podem ocasionar aumento na taxa de erros de bits e alguns fatores negativos como a taxa de transferência de dados limitada pelo sistema não ser totalmente óptico. Logo, são necessários vários estudos das características biestáveis da FBG voltadas às aplicações de chaveamento em regime de não-linearidade, visando um maior controle das características essenciais às aplicações de chaveamento óptico com *gap fotônico* seguro.

1.3 Organização do Trabalho

No Capítulo 2, são apresentados ao leitor os conceitos básicos da propagação em fibras ópticas na Seção 2.1, da fotossensibilidade e técnicas de produção de FBG em fibras ópticas na Seção 2.1.1, da teoria do modo acoplado para uma FBG na Seção 2.1.2 e uma breve introdução aos efeitos da propagação de pulsos ópticos sob utilização de perfis é dada na Seção 2.1.3. O conceito de *bandgap fotônico* é apresentado na Seção 2.1.4, mostrando que a banda de reflexão de uma FBG pode ser deslocada devido a efeitos não-lineares. Em seguida o efeito da biestabilidade em dispositivos ópticos é introduzido na Seção 2.1.5.

No Capítulo 3 serão discutidos os resultados obtidas neste trabalho a partir das simulações realizadas utilizando-se o método Runge-Kutta de 4° Ordem. Por fim, no Capítulo 4 serão apresentadas as conclusões obtidas a partir da análise dos resultados analisando-se as diferentes curvas de biestabilidade obtidas para diferentes valores de σ , definido aqui como amplitude de variação da não-linearidade, para os diferentes perfis apresentados.

Nos Apêndices Apêndice A e Apêndice B estão disponíveis uma breve apresentação do método de Runge-Kutta de 4° Ordem aplicado a sistemas de equações diferenciais e o desenvolvimento da equação de Helmholtz para se chegar às equações do modo acoplado no domínio da frequência para uma FBG.

1.4 Produção Científica

Os artigos publicados ao longo deste trabalho foram:

1. CORREIA, DAYSE GONÇALVES; ÁVILA, KILVIA MARIA VIANA; CAVALCANTE, DANIEL DO NASCIMENTO E SÁ; PINTO, PAULO VICTOR FERREIRA; MAGALHÃES, FRANCISCO TADEU DE CARVALHO BELCHIOR; MOURA, LUCAS PINHEIRO DE; FERREIRA, ALISSON DA CONCEIÇÃO; MENEZES, JOSÉ WALLY MENDONÇA; GUIMARÃES, GLENDO DE FREITAS. Non-linear switching based on dual-core non-linear optical fiber couplers with xpm and raman intrapulse applied to femtosecond pulse propagation. *Journal of Modern Optics*, Taylor & Francis, p. 1-7, 2015.
2. CORREIA, DG; SALES, JC; PINTO, PVF; MOURA, LP; FERREIRA, AC; MENEZES, JWM; GUIMARÃES, GF; SOMBRA, ASB. Analysis of the performance of a pam/ppm/ook system operating with ocdma, under nonlinear optical effects in optical fiber propagation. *Journal of Optical Communications*.
3. SALES, JC; FILHO, AFGF; FERREIRA, AC; SOUSA, JRR; AVILA, KMV; CAVALCANTE, DNS; MAGALHÃES, FTGB; SOBRINHO, CS; PINTO, PVF; GUIMARÃES, GF et al. Mach-Zehnder nonlinear interferometer in photonic crystal fibers with nonlinearity profiles. *Journal of Nonlinear Optical Physics & Materials*, World Scientific, v. 24, n. 03, p. 1550036, 2015.
4. TIMBÓ, ÁTILA PEREIRA; PINTO, PAULO VICTOR FERREIRA; PINHO, HILTON ANDRADE; MOURA, LUCAS PINHEIRO DE; CHRETIEN, JECOL BAMUTSHA; VIANA, FLÁVIO WANDERLEY; FILHO, ROGÉRIO GUERRA DIÓGENES; SILVA, ERANDIR BRASIL DA; SILVA, MARCOS ERICK RODRIGUES da; MENEZES, JOSÉ WALLY MENDONÇA et al. Optical sensor based on thin films of sol-gel with bromocresol purple. *Sensors and Actuators B: Chemical*, Elsevier, v. 223, p. 406-410, 2016.

Os eventos participados foram:

1. PINTO, P. VICTOR F.; GUIMARAES, G. F. ; JACINTO, J. M. ; MOURA, L. P. . Efeito Self-Steepening em Redes de Bragg. 2014. (Apresentação de Trabalho/-Simpósio).
2. MAGALHAES, F. T. C. B. ; CORREIA, D. G. ; PINTO, P. VICTOR F. ; MOURA, L. P. ; GUIMARAES, G. F. ; MENEZES, J. W. M. ; FRAGA, W. B. . Unbalance of

Sagnac Interferometer by using Raman Scattering. In: XXXVIII Encontro Nacional de Física da Matéria Condensada, 2015, Foz do Iguaçu - Paraná. Anais de Evento do XXXVIII Encontro Nacional de Física da Matéria Condensada, 2015.

3. MAGALHAES, F. T. C. B. ; PINTO, P. VICTOR F. ; MOURA, L. P. ; GUIMARAES, G. F. ; FRAGA, W. B. . ESTUDO NUMERICO E ANALITICO DO INTERFEROMETRO OPTICO SAGNAC SOB EFEITOS DE NAO LINEARIDADES. In: IX Encontro de Pós-Graduação e Pesquisa, 2014, Sobral-Ce. Anais do IX Encontro de Pós-Graduação e Pesquisa, 2014.

Foram depositadas, também, as seguintes patentes:

1. PINTO, P. VICTOR F.; MOURA, L. P. ; CHRETIEN, J. B. ; FRAGA, W. B. ; DIOGENES FILHO, R. G. ; TIMBO, A. P. ; SILVA, E. B. ; GUIMARAES, G. F. ; PINHO, H. A. ; VIANA, FLAVIO WANDERLEY ; OLIVEIRA, W. F. ; MENEZES, J. W. M. ; SILVA, M. E. R. . APERFEIÇOAMENTO INTRODUIDO EM SENSOR ÓPTICO DE PH. 2015, Brasil. Patente: Privilégio de Inovação. Número do registro: BR1020150275056, data de depósito: 29/10/2015, título: "APERFEIÇOAMENTO INTRODUIDO EM SENSOR ÓPTICO DE PH", Instituição de registro:INPI - Instituto Nacional da Propriedade Industrial.
2. GUIMARAES, G. F. ; MOURA, L. P. ; MEDEIROS, G. M. ; OLIVEIRA, W. F. ; MIRANDA, J. I. S. ; PINTO, P. V. F. ; ROCHA, D. S. ; MENEZES, J. W. M. ; ALEXANDRIA, A. R. ; DIOGENES FILHO, R. G. ; ARAUJO, A. L. C. ; BASTOS, A. M. ; SILVA, J. F. M. C. . Aperfeiçoamento Introduzido em Sensor Óptico de Corrente Alternada em linhas de Baixa e Alta Tensão. 2016, Brasil. Patente: Privilégio de Inovação. Número do registro: BR1020160032458, data de depósito: 17/02/2016, título: "Aperfeiçoamento Introduzido em Sensor Óptico de Corrente Alternada em linhas de Baixa e Alta Tensão", Instituição de registro:INPI - Instituto Nacional da Propriedade Industrial.

Capítulo 2

Conceitos

2.1 Fundamentos

Os primeiros trabalhos na confecção de fibras ópticas começaram nos anos 50 e desde lá várias descobertas foram feitas, possibilitando o guiamento da luz, pela fibra óptica, de modo similar ao guiamento de elétrons num fio de cobre. Um dos maiores problemas que impossibilitavam a utilização de fibras ópticas em sistemas de telecomunicações ópticos eram as atenuações sofridas pelo sinal ao longo de poucos metros de fibra. Ao longo dos anos foi descoberto que as perdas de potência no sinal eram devido, principalmente, às impurezas contidas no material o qual é utilizado para fabricação de fibras ópticas convencionais: a sílica. Essas impurezas eram, basicamente, íons metálicos e íons hidroxila. Mesmo com taxas da ordem de algumas partes por milhão, essas impurezas já acarretavam perdas da ordem de vários decibels por quilômetro como citado em (RIBEIRO, 2003).

O modelo atual de uma fibra óptica é resultado da revolução tecnológica que aconteceu nos últimos 50 anos. As fibras ópticas utilizadas nos sistemas de comunicações ópticos atuais, apesar de possuírem o mesmo modelo das primeiras fibras confeccionadas nos anos 70, trazem diversas vantagens tais como as baixas perdas e estrutura compacta. De 1974 até os dias de hoje, a tecnologia de fabricação permite que se obtenham fibras com perdas inferiores a 3 dB/km em comprimentos de onda em torno de $850,0 \text{ nm}$ (primeira janela de atenuação), perdas inferiores a $0,4 \text{ dB/km}$ para transmissões em $1300,0 \text{ nm}$ (segunda janela de transmissão) e $0,2 \text{ dB/km}$ em comprimentos de onda em torno do comprimento de onda de $1550,0 \text{ nm}$ (terceira janela de transmissão), como descrito por (AGRAWAL, 2005). Na versão mais atual, a fibra convencional passou a ser constituída de um núcleo com índice de refração N_n e uma casca com índice de refração N_c , sendo que $N_n > N_c$. O material utilizado é basicamente sílica, onde o núcleo é dopado com algum elemento químico específico, geralmente germânio, o que torna o índice de refração do núcleo maior que o índice

de refração da casca. Esse fato teve extrema importância na descoberta do efeito de fotossensibilidade, que é utilizado, até hoje, como uma rota para produção de FBGs. O motivo para que seja satisfeita a condição anterior de N_n ser maior que N_c é que ocorra reflexão interna total da luz no interior da fibra, permitindo, assim, que a luz seja guiada através do núcleo. Isso é garantido pela lei de Snell, descrito em (GRIFITHS; COLLEGE, 1999).

Considerando-se um raio de luz incidente em uma das aberturas da fibra óptica, a luz sai do meio em que se encontra a fonte luminosa, no caso o ar, e entra no núcleo da fibra óptica, ocorrendo refração.

$$\text{sen } \theta_i N_{ar} = \text{sen } \theta_{n1} N_n. \quad (2.1)$$

Como o índice de refração N_{ar} do ar é aproximadamente 1, chega-se a:

$$\text{sen } \theta_i = \text{sen } \theta_{n1} N_n. \quad (2.2)$$

Em seguida, a luz, que agora se encontra no núcleo, segue em direção à fronteira com a casca, ocorrendo mais uma vez o fenômeno da refração.

$$\text{sen } \theta_{n2} N_n = \text{sen } \theta_c N_c$$

$$\text{sen } \theta_{n2} = \frac{N_c}{N_n}. \quad (2.3)$$

Levando em consideração o fato de que a reflexão interna total ocorre quando $\theta_c = \frac{\pi}{2}$ e, portanto, $\text{sen } \theta_c = 1$. Considerando que θ_{n2} e θ_{n1} são complementares, $\theta_{n2} = \frac{\pi}{2} - \theta_{n1}$. Logo, $\text{sen } \theta_{n2} = \cos \theta_{n1}$. Isso implica que $\text{sen } \theta_{n2} = \sqrt{1 - \text{sen}^2 \theta_{n1}}$. Tomando o resultado dado na Equação 2.3, conclui-se que:

$$\begin{aligned} \left(\frac{N_c}{N_n}\right)^2 &= 1 - \text{sen}^2 \theta_{n1} \\ \text{sen } \theta_{n1} &= \sqrt{1 - \left(\frac{N_c}{N_n}\right)^2}. \end{aligned} \quad (2.4)$$

Substituindo a Equação (2.4) em (2.2), tem-se:

$$\text{sen } \theta_i = \sqrt{1 - \left(\frac{N_c}{N_n}\right)^2} N_n$$

$$AN = \text{sen } \theta_i = \sqrt{N_n^2 - N_c^2}, \quad (2.5)$$

em que AN é definido como a *abertura numérica* da fibra. O valor de AN é importante para descrever a energia luminosa captada e para determinar a eficiência de acoplamento entre a fonte irradiante e o núcleo da fibra óptica. A AN é de fundamental importância para o estudo de outras características de transmissão, como no cálculo da dispersão, na determinação da quantidade de modos de propagação no núcleo, no cálculo das perdas e etc. A Figura 2.1 mostra todos os parâmetros envolvidos no cálculo da abertura numérica AN de uma fibra óptica.

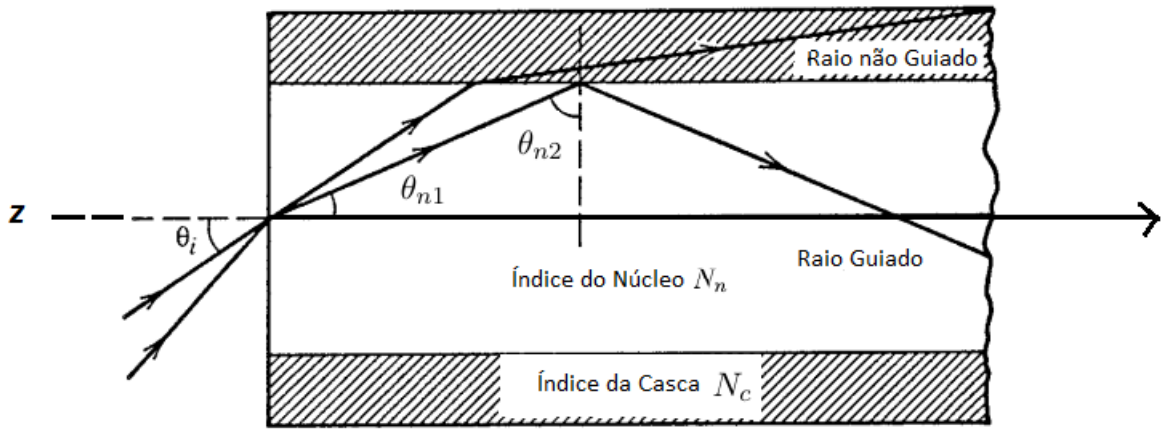


Figura 2.1: Esquema mostrando o conceito de reflexão interna total. Fonte: (AGRAWAL, 1997).

Outro parâmetro importante é definido logo abaixo como *frequência normalizada*, V . Pode-se escrever esse parâmetro como:

$$V = \frac{2\pi a \sqrt{N_n^2 - N_c^2}}{\lambda_0}, \quad (2.6)$$

onde a é o raio do núcleo e λ_0 é o comprimento de onda central do pulso luminoso que será injetado na fibra. Para valores de $V < 2,405$ a fibra é considerada monomodo (*ou single mode*), acima disso a fibra é considerada multimodo. As fibras ópticas utilizadas no experimento de (HILL et al., 1978), o qual observou a fotossensibilidade pela primeira vez e será discutido em maiores detalhes na Seção 2.1.1, tinham valores de AN num intervalo entre 0,10 e 0,20 e diâmetro do núcleo de 2,5 μm . Como fonte de luz foi utilizado um laser de argônio na região do visível com comprimento de onda em torno de 488 nm. Isso nos dá um valor de frequência normalizada igual a 1,61, mostrando que a fibra utilizada no experimento suportava apenas um modo.

As grades de difração de Bragg são bem conhecidas da literatura e rotineiramente utilizadas como componentes ópticos em sistemas que se aproveitam das caracterís-

ticas ondulatórias da luz, tais como padrões de interferência construtiva e destrutiva. Esses componentes são bastante comuns em equipamentos de espectrometria. A técnica de difração de raios-X, bastante utilizada na caracterização de materiais cristalinos, utiliza-se da teoria de Bragg da difração para classificar a estrutura de materiais, quanto ao seu tipo de arranjo da rede cristalina e quantificação das fases presentes em uma amostra como reportado em (CULLITY, 1978). A FBG também é uma estrutura periódica unidimensional e pode ser analisada do ponto de vista da teoria de Bragg. Esse dispositivo é obtido a partir da fotossensibilidade de fibras ópticas, que será o objeto de discussão da próxima seção.

Considerando-se uma fibra monomodo na qual existe uma FBG uniforme de período Λ :

$$\sin \theta_i - \sin \theta_d = \frac{m}{\Lambda} \left(\frac{\lambda}{n_0} \right), \quad (2.7)$$

em que θ_i é o ângulo de incidência, θ_d o ângulo de difração, $\frac{\lambda}{n_0}$ é o comprimento de onda da luz no meio com índice de refração n_0 e m a ordem da difração. Em um regime de propagação "unidimensional" (onde se leva em conta apenas o vetor de onda de propagação em z) o sinal difratado pode ser considerado como refletido. Isso faz com que o ângulo de incidência e difração sejam iguais a $\frac{\pi}{2}$ e $-\frac{\pi}{2}$. Fazendo $m = 1$, chegamos a seguinte expressão:

$$\lambda_B = 2n_0\Lambda, \quad (2.8)$$

Essa condição é conhecida como *condição de Bragg* em que λ_B é o comprimento de onda central do sinal refletido pela FBG. Para que haja reflexão do comprimento de onda próximo a $1550,0 \text{ nm}$, por exemplo, o período da FBG inscrita em uma fibra com índice de refração n_0 igual a

2.1.1 Fotossensibilidade em fibras ópticas e técnicas de produção de FBG's

A ideia da inscrição de FBGs em fibras ópticas surgiu a partir da observação de um fenômeno chamado fotossensitividade. Esse fenômeno foi descoberto em 1978, no *Canadian Communication Research Center* por Hill, em (HILL et al., 1978), durante alguns experimentos utilizando fibras de sílica dopadas com germânio. Eles perceberam que a reflexão de um sinal contínuo (CW, do inglês *Continuous Wave*) lançado nessas fibras aumentava como função do tempo. Isso foi, então, explicado como uma modulação gradual do índice de refração do núcleo da fibra óptica. A modulação foi resultado de um padrão de estado estacionário formado a partir de 4% do sinal refletido no final da fibra. Percebeu-se que a variação do índice aumentava à medida que

o sinal refletido também aumentava de intensidade. A variação periódica do índice de refração gerada em um metro ou mais de fibra era uma FBG com largura de banda em torno de 200 MHz . Esse fenômeno curioso ficou preservado por alguns pesquisadores por, aproximadamente, uma década. (BURES; LACROIX; LAPIERRE, 1982) chegaram à conclusão de que a modulação do índice de refração em fibras dopadas com germânio era proveniente da absorção de dois fótons de 488 nm . A origem da fotossensibilidade em vidros de sílica não é inteiramente entendido mas provém métodos práticos para produção de FBGs. Esse fato trouxe maiores perspectivas e possibilitou a criação de novas técnicas de obtenção de grades. A presença de átomos de Ge no núcleo da fibra, associada à luz de alta intensidade, leva a formação de ligações deficientes de oxigênio (tais como Si-Ge, Si-Si e Ge-Ge) que geram defeitos no núcleo da fibra, como mostrado na Figura 2.2. Dentre os defeitos mais conhecidos formados no núcleo da fibra óptica dopado com germânio, apontados por (FRIEBELE; GRISCOM; JR, 1974), são citados os defeitos paramagnéticos $Ge(n)$, onde n representa o número de átomos de Ge/Si mais próximos de um íon de germânio com um único elétron associado a ele. $Ge(1)$ e $Ge(2)$ foram identificados como os centros de aprisionamento de elétrons. Outros defeitos incluem os centros deficientes de oxigênio não-ligantes, germânio deficiente de oxigênio e os radicais peróxidos.

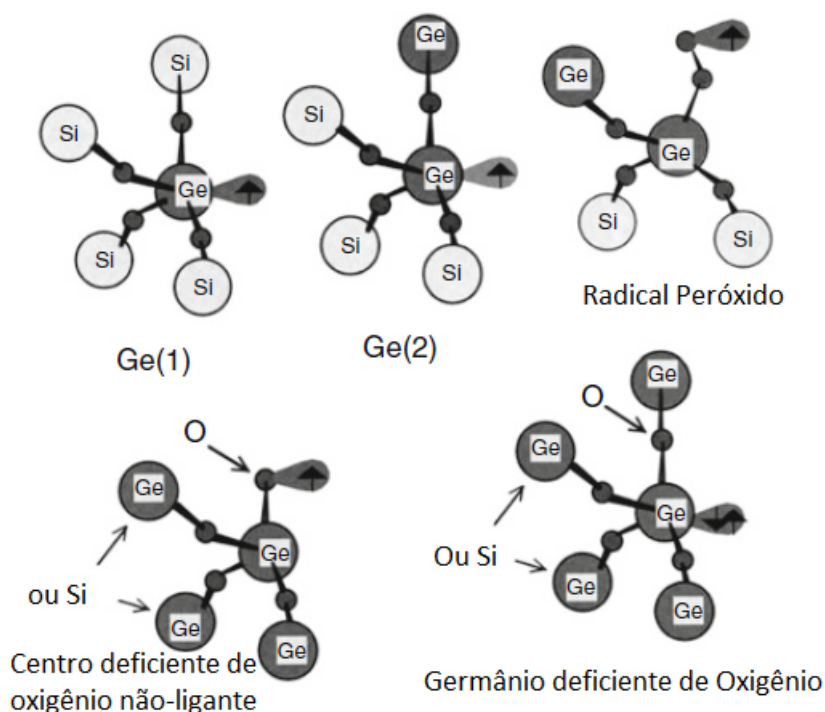


Figura 2.2: Esquemático mostrando os defeitos causados pela fotossensibilidade em fibras dopadas com germânio. Fonte: (KASHYAP, 1999).

Uma barreira ainda maior foi quebrada quando (MELTZ; MOREY; GLENN, 1989) reportaram a modulação holográfica de grades utilizando a absorção de um único

fóton de 244 nm . A energia de um único fóton com 244 nm corresponde à mesma energia de dois fótons com 488 nm . Isso foi demonstrado utilizando interferência entre dois feixes externos à fibra óptica, o que deu condições para estender a fabricação de FBGs em comprimentos de onda na região do infravermelho, a qual é a região mais usada em sistemas de comunicações ópticas, devido as menores perdas de energia. Outro fato curioso da história da fotossensibilidade em fibras ópticas foi que esse efeito pôde ser observado utilizando-se tensões da ordem de 5 kV à temperatura de 350°C por 30 min em filmes de sílica pura, como descrito por (MYERS; MUKHERJEE; BRUECK, 1991). Isso abriu outros horizontes na produção de estruturas de feedback óptico como as FBGs.

Dentre as várias técnicas utilizadas para modulação periódica do índice de refração, duas delas são as mais comumente citadas na literatura: a técnica holográfica de duplo feixe e a técnica de máscara de fase. A primeira técnica consiste na interferência de dois feixes, derivados de uma mesma fonte de laser, incidentes em um ângulo de θ em relação ao outro, como mostrado na Figura 2.3. O período Λ da FBG formada por essa técnica é dado em função do comprimento de onda da luz λ_{uv} utilizado, o qual se encontra na região ultravioleta do espectro eletromagnético. A expressão relacionando essas duas variáveis é dada por 2.9.

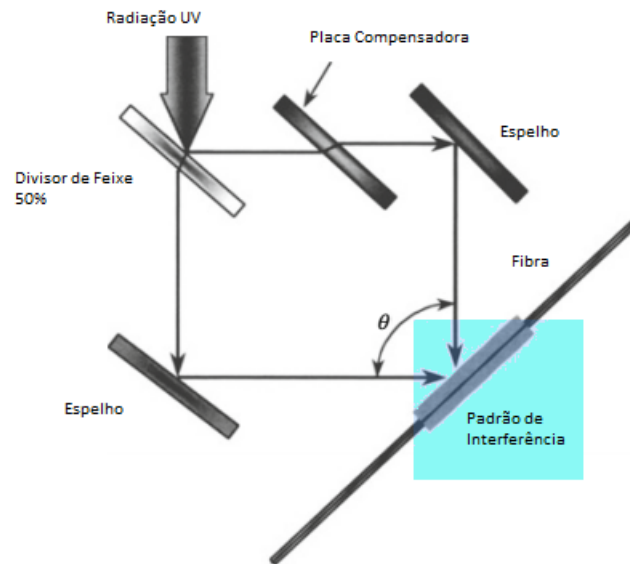


Figura 2.3: Técnica holográfica de duplo feixe para produção de FBGs. Fonte: (KASHYAP, 1999).

$$\Lambda = \frac{\lambda_{uv}}{2\sin\theta} \quad (2.9)$$

A partir da variação do ângulo θ , é possível induzir modulações periódicas no índice de refração, facilmente, com as características necessárias à aplicações especí-

ficas. A importância prática dessa técnica surgiu em 1990 quando foram fabricadas as primeiras FBGs na região do infravermelho, a qual são utilizadas em sistemas de comunicações ópticas, como reportado em (WILLIAMS et al., 1991).

A técnica de máscara de fase utiliza um processo fotolitográfico, assim como aquele utilizado na fabricação de circuitos integrados. A ideia chave dessa técnica é utilizar uma máscara de fase com período igual ao período da FBG que se deseja produzir. A máscara funciona como uma matriz a qual tem sua característica reproduzida na fibra (ou outro componente óptico) através da incidência de luz ultravioleta em torno de 242 nm e de alta intensidade. Essa máscara é produzida a partir da deposição de um filme fino de cromo em um substrato de quartzo, o qual é escrito a partir da técnica de litografia de feixes de elétrons. A absorção eletrônica pelo íon de cromo o leva para o estado de cromo metálico e de acordo com o padrão de interferência eletrônica ocorre a formação do filme no substrato matriz.

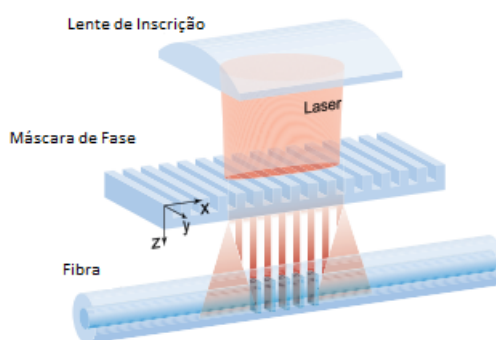


Figura 2.4: Técnica de Máscara de Fase para fabricação de FBGs. Fonte: (VOIGTLÄNDER et al., 2011).

A Figura 2.4 ilustra o processo de fabricação de FBGs utilizando a técnica de máscara de fase. Outra técnica bastante citada na literatura é chamada de *Técnica de Fabricação Ponto a Ponto*. Assim como o próprio nome sugere, a técnica consiste em escrever a FBG ponto a ponto, do começo ao fim. Algumas dificuldades são reportadas nesse método sendo uma delas a translação da fibra por um sistema mecânico de precisão, tendo em vista que o período de uma FBG é da ordem de alguns décimos de micrômetro.

2.1.2 Teoria do Modo Acoplado

A equação de propagação de onda para o campo elétrico em um dielétrico pode ser obtida a partir das equações de Maxwell do eletromagnetismo (JACKSON, 1975).

No domínio temporal a Equação tem a seguinte forma:

$$\nabla^2 E + \frac{1}{v_g^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = 0, \quad (2.10)$$

onde E é o campo elétrico e v_g a velocidade de propagação da luz em um meio dielétrico qualquer. Neste caso v_g é a velocidade de grupo de um pacote de onda no qual existem diferentes componentes de frequências.

Para o desenvolvimento inicial das equações que representam uma FBG a partir da equação 2.10, será considerado a equação de onda no domínio da frequência¹. Para isto, basta-se aplicar a transformada de Fourier (FT, *do inglês, Fourier Transform*) a esta equação. Fazendo-se isso a seguinte equação é obtida:

$$\nabla^2 \tilde{E} + \frac{\tilde{n}^2(\omega, z)}{c^2} \omega^2 \tilde{E} = 0, \quad (2.11)$$

na qual $\tilde{E}$ é o campo elétrico no domínio da frequência, $\tilde{n}$ o índice de refração do meio, c a velocidade da luz no vácuo e $\frac{1}{v^2} = \frac{\tilde{n}^2(\omega, z)}{c^2}$. Esta equação é conhecida como equação de Helmholtz como descrito por (AGRAWAL, 2001).

A expressão geral para o índice de refração de uma FBG, onde consideram-se os efeitos não-lineares, é dada abaixo:

$$\tilde{n}(\omega, z) = n_0(\omega) + \delta n_1 \cos\left(\frac{2\pi z}{\Lambda}\right) + n_2 |\tilde{E}|^2, \quad (2.12)$$

onde n_0 é definido como o índice de refração médio, δn_1 a perturbação no índice de refração responsável pela modulação periódica da grade na direção do eixo z , n_2 o coeficiente do índice de refração não-linear e Λ o período da FBG.

A solução geral para a equação de Helmholtz tem a seguinte forma:

$$\tilde{E}(z, \omega) = \tilde{A}_f(z, \omega) e^{i\beta_B z} + \tilde{A}_b(z, \omega) e^{-i\beta_B z} + cc, \quad (2.13)$$

onde β_B é definido como o número de onda de Bragg, $\tilde{A}_f$ o sinal propagante (*ou forward*) e $\tilde{A}_b$ o sinal contra-propagante (*ou backward*). FBG é um dispositivo comumente utilizado como seletor de parte de um pulso luminoso centrado em ω_0 . O dispositivo funciona refletindo parte da banda de componentes espectrais do pulso que se encontra dentro do *bandgap fotônico* da grade, como mostrado na Equação 2.8. Substituindo a Equação 2.12 e a solução geral 2.13 na Equação 2.11, são obtidas as Equações 2.14 e 2.15, as quais são chamadas de Equações do Modo Acoplado (CME, *do inglês Coupled Mode Equations*) no domínio da frequência para a FBG e

¹ A equação de onda no domínio da frequência toma a forma de uma equação de Helmholtz, a qual possui solução conhecida.

estão disponíveis no [Apêndice B](#) deste trabalho.

$$i\frac{\partial \tilde{A}_f}{\partial z} + \delta(\beta)\tilde{A}_f + \kappa\tilde{A}_b + \gamma|E|^2\tilde{A}_b = 0 \quad (2.14)$$

$$-i\frac{\partial \tilde{A}_b}{\partial z} + \delta(\beta)\tilde{A}_b + \kappa\tilde{A}_f + \gamma|E|^2\tilde{A}_f = 0 \quad (2.15)$$

Os coeficientes que aparecem nas Equações 2.14 e 2.15 são chamados de coeficiente de acoplamento (κ), *detuning* (ou dessintonia) (δ) e parâmetro de não-linearidade (γ). Aplicando a transformada inversa de Fourier (IFT, *do inglês Inverse Fourier Transform*) nas duas Equações do modo acoplado no domínio da frequência são obtidas as Equações acopladas no domínio temporal 2.16 e 2.17. O termo "acoplado" se refere a dependência em A_b da equação representando o sinal propagante A_f e vice-versa.

$$\frac{\partial A_f}{\partial z} = -\beta_1 \frac{\partial A_f}{\partial t} - \frac{i\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A_f}{\partial t^2} + i\delta A_f + i\kappa A_b + \frac{\alpha}{2} + i\gamma(|A_f|^2 + 2|A_b|^2)A_f \quad (2.16)$$

$$\frac{\partial A_b}{\partial z} = \beta_1 \frac{\partial A_b}{\partial t} + \frac{i\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A_b}{\partial t^2} - i\delta A_b - i\kappa A_f + \frac{\alpha}{2} - i\gamma(|A_b|^2 + 2|A_f|^2)A_b \quad (2.17)$$

Os outros coeficientes que aparecem em cada um dos termos das equações CME no domínio temporal são conhecidos como dispersão de primeira ordem (β_1), relacionado a dispersão intermodal, e dispersão de segunda ordem (β_2), relacionado a dispersão da velocidade de grupo ou dispersão cromática (GVD, *do inglês Group Velocity Dispersion*). Deve-se salientar que o termo o qual representa as perdas ao longo da propagação, $\frac{\alpha}{2}$, foi desprezado neste trabalho devido ao pequeno comprimento da grade (<10 cm). Isso foi feito considerando-se $\alpha = 0$. Na Figura 2.5 estão ilustrados os pulsos propagante $A_f(z, t)$ e contrapropagante $A_b(z, t)$ sob as diferentes condições de contorno da FBG. Nela são mostrados o comprimento do dispositivo, L , o período, Λ , e os sinais propagantes e contrapropagante nas condições de contorno.

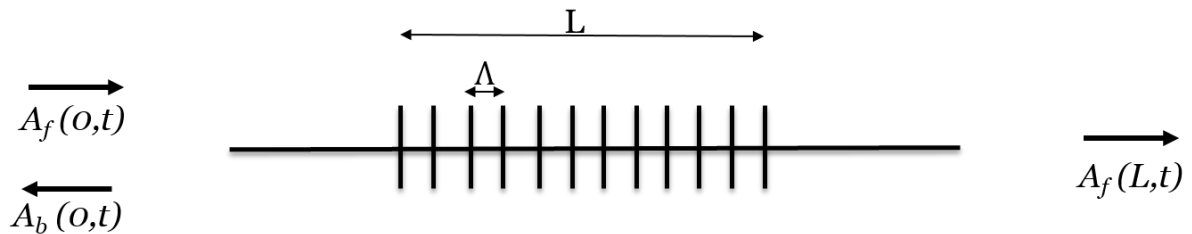


Figura 2.5: Representação de uma FBG de período Λ e os respectivos sentidos para os pulsos de entrada $A_f(0, t)$, transmitido $A_f(L, t)$ e refletido $A_b(0, t)$.

Os dois últimos termos mostrados nas Equações 2.16 e 2.17, os quais dependem de γ , representam os efeitos não-lineares SPM e XPM. Esses dois efeitos estão relacionados à mudança de fase as quais são fortemente dependentes da intensidade dos

pulsos propagante e contrapropagante. A dispersão de pulsos decorrentes de efeitos não-lineares tem sido abordado em vários trabalhos como (LI; CHIANG; CHOW, 2014) e (EGGLETON et al., 1996). Essa dispersão não-linear pode ser utilizada para compensar dispersões lineares tal como a dispersão cromática, o que leva à abordagem da teoria dos sólitons em sistemas de comunicação ópticos.

O coeficiente de acoplamento para uma FBG uniforme, κ , é dado por:

$$\kappa = \frac{2\pi}{\lambda} \delta n_1, \quad (2.18)$$

onde λ é o comprimento de onda da luz incidente e δn_1 é definido como a perturbação no índice de refração característica da FBG.

O parâmetro de não-linearidade é escrito como:

$$\gamma_0 = \frac{n_2 \omega_0}{c A_{eff}}, \quad (2.19)$$

onde A_{eff} é a área efetiva do modo propagante. Os pulsos propagantes em fibras ou dispositivos ópticos convencionais, quando em altas potências, geralmente estão sujeitas a efeitos não-lineares provenientes de um parâmetro de não-linearidade constante.

2.1.3 Perfis sob efeitos de propagação em dispositivos ópticos

Poucos trabalhos têm abordado a utilização de perfis em cada um dos parâmetros responsáveis pelos determinados efeitos de propagação de pulsos em dispositivos ópticos. O *chirp* espacial, no qual é uma função que representa a variação do período Λ de uma FBG ao longo do eixo de propagação, Z , representa uma classe de perfis as quais são bem conhecidas da literatura de FBGs não-uniformes. (TIAN, 2011) reportaram o fenômeno da bistabilidade óptica em FBG *chirpadas* os quais apresentaram diferentes mudanças nas características de chaveamento óptico quando se utilizavam *chirp* linearmente positivo e negativo. O *chirp* linearmente positivo é representado por uma função de crescimento linear positivo da frequência, a qual representa uma diminuição do período Λ da FBG ao longo do seu comprimento Z . Já o *chirp* linearmente negativo representa um crescimento do período da FBG ao longo de Z , representando uma diminuição da frequência da FBG. Na Figura 2.6 são mostradas duas FBGs, uma com *chirp* linearmente positivo e outra com *chirp* linearmente negativo.

(WEHMANN et al., 2005) reportaram também estudos sob os efeitos de compensação da dispersão de pulsos utilizando diferentes perfis nos parâmetros de dispersão cromática, β_2 , em pulsos da ordem de pico e femtosegundos para uso em sistemas WDM (*do inglês, Wavelength Division Multiplexing*). (LIMA; SOMBRA, 1999) estudaram os efeitos de propagação de pulsos sóliton e quasi-sóliton em um interferômetro

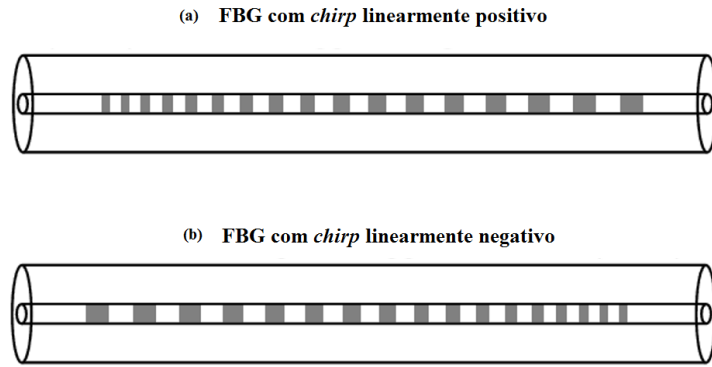


Figura 2.6: FBGs com *chirp* linearmente positivo e negativo.

SAGNAC em regime não-linear com perfis no parâmetro de dispersão de segunda ordem, β_2 . Observou-se que com uma escolha adequada do perfil de dispersão é possível obter pulsos transmitidos com nenhuma distorção utilizando-se pulsos sólitons. A Figura 2.7 apresenta os perfis de dispersão utilizados no dispositivo SAGNAC. O parâmetro de dispersão de segunda ordem depende de uma função $f(z)$, tal que $f(z)$ representa as funções decrescentes gaussianiana, linear, hiperbólica e exponencial.

$$\beta_2 = \beta'_2 f(z) \quad (2.20)$$

É observado que o valor do parâmetro de dispersão varia de β'_2 a $\frac{\beta'_2}{\beta}$, onde β'_2 representa um valor constante para o parâmetro de dispersão e β é a amplitude de variação da dispersão, a qual assume valores inteiros.

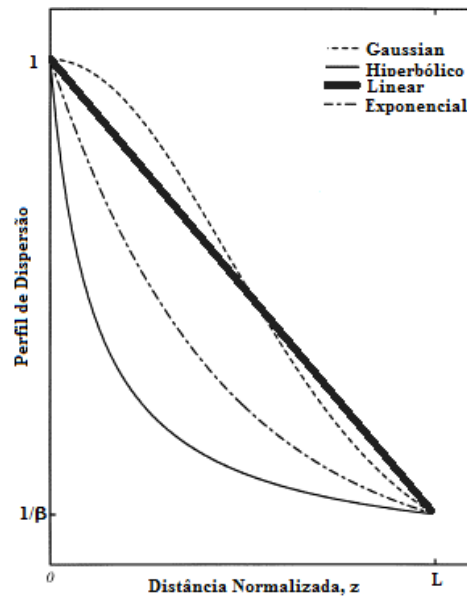


Figura 2.7: Perfis de dispersão decrescentes utilizados num dispositivo SAGNAC em regime não-linear: gaussiano, linear, hiperbólico e exponencial. Fonte: (LIMA; SOMBRA, 1999).

Quando são utilizados perfis no parâmetro de não-linearidade, o valor de γ deve ser

definido como função de outra função, aqui chamada de $\xi(Z)$. Em (2.21) é mostrado a relação entre o parâmetro de não-linearidade e a função $\xi(Z)$:

$$\gamma = \gamma_0 \xi(Z). \quad (2.21)$$

(FILHO et al., 2012) reportam a ocorrência de biestabilidade em FBG com perfis de não-linearidade periódicos, ou seja, a função perfil, a qual é utilizada para representar ξ , é uma função seno. Neste trabalho os autores concluem que o pulso de entrada não percebe a modulação periódica da não-linearidade do dispositivo, levando a FBG a agir como se o parâmetro de não-linearidade tivesse um valor efetivo, de acordo com os parâmetros iniciais da função utilizada na modulação. Os autores reportam, também, diferenças significativas na forma da curva de biestabilidade quando são variados alguns dos parâmetros da função.

Na FBG, a utilização de perfis de não-linearidade pode causar efeitos que estão relacionados à alteração do BGF, o que pode alterar as características de reflexão e, consequentemente, de transmissão do dispositivo. Essas alterações são fundamentais para as características de chaveamento biestável, podendo causar mudanças significativas nas características das curvas de biestabilidade para uma FBG uniforme (sem *chirp*). O conceito de BGF é dado na próxima Seção, considerando-se o caso linear para a FBG.

2.1.4 *Bandgap Fotônico*

É considerado nesta seção o caso linear da FBG, em que as equações do modo acoplado no domínio da frequência possuem os termos dependentes de γ desprezados. O estudo do caso linear é importante para o entendimento do conceito de *bandgap fotônico* pois este apresenta solução mais simples.

$$\frac{\partial \tilde{A}_f}{\partial z} = i\delta \tilde{A}_f + i\kappa \tilde{A}_b \quad (2.22)$$

$$\frac{\partial \tilde{A}_b}{\partial z} = -i\delta \tilde{A}_b - i\kappa \tilde{A}_f \quad (2.23)$$

As soluções gerais das duas equações acopladas 2.22 e 2.23 são dadas por 2.24 e 2.25.

$$\tilde{A}_f = A_1 e^{ipz} + A_2 e^{-ipz} \quad (2.24)$$

$$\tilde{A}_b = B_1 e^{ipz} + B_2 e^{-ipz} \quad (2.25)$$

Substituindo as soluções gerais nas Equações 2.22 e 2.23, são obtidas:

$$(p - \delta)A_1 = \kappa B_1, \quad (2.26)$$

$$(p + \delta)B_1 = -\kappa A_1, \quad (2.27)$$

$$(p - \delta)B_2 = \kappa A_2, \quad (2.28)$$

$$(p + \delta)A_2 = -\kappa B_2. \quad (2.29)$$

Multiplicando as expressões 2.26 por 2.27 ou 2.28 por 2.29, é encontrado a seguinte relação:

$$p = \pm(\delta^2 - \kappa^2)^{\frac{1}{2}}, \quad (2.30)$$

a qual é conhecida como *relação de dispersão*. Se os termos não-lineares fossem mantidos a expressão seria mais complexa, contendo um termo dependente da potência de entrada. Isolando A_2 e B_1 , chega-se a:

$$A_2 = \left(\frac{p - \delta}{\kappa}\right) B_2 = r(p) B_2 \quad (2.31)$$

$$B_1 = \left(\frac{p - \delta}{\kappa}\right) A_1 = r(p) A_1, \quad (2.32)$$

em que $r(p) = \frac{p - \delta}{\kappa}$.

A quantidade $r(p)$ é definida como coeficiente de reflexão efetivo. Substituindo 2.31 e 2.32 nas Equações 2.24 e 2.25, tem-se:

$$\tilde{A}_f = A_1 e^{ipz} + r(p) B_2 e^{-ipz}, \quad (2.33)$$

$$\tilde{A}_b = r(p) A_1 e^{ipz} + B_2 e^{-ipz}. \quad (2.34)$$

Se a dessintonia se encontrar na região onde $-\kappa < \delta < \kappa$, p deverá ser imaginário puro. Isso significa que grande parte do sinal luminoso deverá ser refletido pela FBG, visto que a frequência estará numa banda proibida de propagação. Essa banda proibida é chamada de *bandgap* fotônico, em referência as bandas de energia bastante citadas no estudo de matéria condensada.

A constante de propagação efetiva das ondas propagante e contrapropagante é dada por

$$\beta_e = \beta_B \pm p, \quad (2.35)$$

em que p possui dependência implícita da frequência através de δ . Isso significa que a FBG, independentemente de ser fabricada em um meio não-dispersivo, apresenta características dispersivas. Esse fato mostra a capacidade da FBG para compensar a dispersão modal e cromática causada pela própria fibra óptica em sistemas de comunicações de longas distâncias, como citado anteriormente. De fato, a contribuição

da dispersão pela FBG domina sobre todas as outras fontes de dispersão presentes. Considerando a expansão em série de Taylor de β_e :

$$\beta_e = \beta_0^g + (\omega - \omega_0)\beta_1^g + \frac{1}{2}(\omega - \omega_0)^2\beta_2^g + \dots \quad (2.36)$$

em que β_m^g é definido como:

$$\beta_m^g = \frac{d^m p}{d\omega^m} \approx \left(\frac{1}{v_g}\right)^m \frac{d^m p}{d\delta^m}, \quad (2.37)$$

com $\omega = \omega_0$ nas derivadas e v_g a velocidade de grupo do sinal luminoso na ausência da FBG. Neste caso, especificamente, a dispersão da velocidade de grupo é desprezada.

Considerando-se apenas o primeiro termo da série temos, ou seja, o primeiro termo representando a velocidade de grupo do sinal luminoso, dentro da FBG, tem-se:

$$V_G = \frac{1}{\beta_1^g} = \pm v_g \left[1 - \left(\frac{\kappa}{\delta}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}, \quad (2.38)$$

em que a escolha do sinal $\pm$ depende somente se o sinal é propagante ou contra-propagante. Nota-se que para $|\delta| \gg \kappa$, o sinal luminoso não é afetado pela FBG e o sinal viaja com velocidade de grupo constante igual a v_g . Entretanto, a medida que $|\delta|$ se aproxima de κ a velocidade de grupo vai diminuindo até que se torna igual a zero na condição de contorno $|\delta| = \kappa$. Isto significa que existe um estado estacionário e é possível tratar a FBG como uma cavidade óptica.

O segundo termo da série, β_2^g , está relacionado com a dispersão induzida pela FBG e é ele o responsável pela compensação da dispersão induzida por outras fontes em sistemas ópticos e é dada por

$$\beta_2^g = -\frac{\sin(\delta)\kappa^2}{v_g^2(\delta^2 - \kappa^2)^{\frac{3}{2}}}. \quad (2.39)$$

Quando o sinal de δ é positivo, é considerado em regime de dispersão anômala e quando δ é negativo o GVD torna-se normal.

Se a região espectral do pulso cai inteiramente dentro do *bandgap* fotônico da FBG, o pulso é refletido completamente. Por outro lado, se apenas uma parte do pulso se encontrar nessa região, a energia restante é transmitida normalmente através da grade. Os coeficientes de reflexão e transmissão de uma FBG, utilizando as condições de contorno deste dispositivo, r_g e t_g podem ser calculados por

$$r_g = \frac{\tilde{A}_b(0)}{\tilde{A}_f(0)}, \quad (2.40)$$

$$t_g = \frac{\tilde{A}_f(L)}{\tilde{A}_f(0)}. \quad (2.41)$$

A reflectividade e a transmissividade de uma FBG são dados por $|r_g|^2$ e $|t_g|^2$. A dependência da frequência por essas duas quantidades mostra como uma FBG pode ser usada como filtro em sistemas ópticos. Na Figura 2.8 é mostrada a reflectividade calculada e medida experimentalmente de uma FBG produzida a partir da irradiação por UV de alta intensidade.

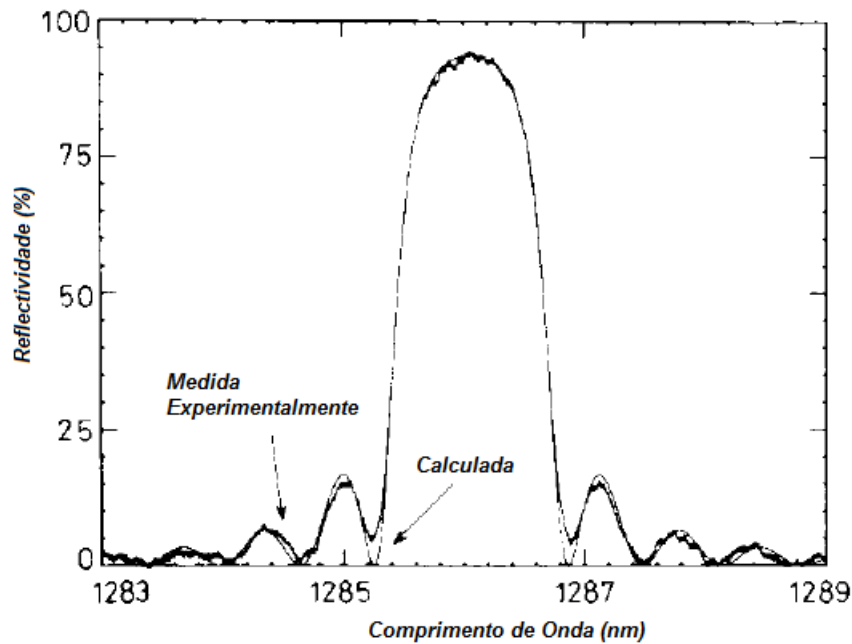


Figura 2.8: Reflectividade calculada e medida experimentalmente de uma FBG irradiada por radiação UV de alta intensidade. Fonte: (LIMBERGER; FONJALLAZ; SALATHÉ, 1993).

2.1.5 Biestabilidade Óptica

A transmissão da informação nas últimas décadas tem substituído sinais de pulsos elétricos por sinais ópticos utilizando fibras ópticas ao invés de fios de cobre. A imunidade eletromagnética, o baixo custo e o tamanho reduzido das fibras ópticas são os fatores essenciais para essa mudança. Além disso, para sistemas de transmissão com alta taxa de dados os sinais de pulsos ópticos são melhores que os sinais de pulsos elétricos. Isso é devido a maior facilidade na geração e propagação de sinais ópticos da ordem de picosegundos que sinais elétricos. Com os sistemas de transmissão ópticos sendo uma realidade, vários componentes lógicos totalmente ópticos passaram a ser propostos nas últimas décadas. Os sistemas biestáveis ópticos têm várias propriedades interessantes essenciais a construção de elementos lógicos totalmente ópticos.

Estritamente falando, um sistema não-linear é dito biestável se ele tem dois estados estacionários diferentes para o mesmo valor de seus parâmetros de controle. As curvas de biestabilidade são alcançadas quando é realizada uma varredura nos valores de controle, tendo como resposta algum valor de saída como é definido por (MACKE; SÉGARD; ZEMMOURI, 1991). Esse domínio é definido como domínio da biestabilidade. A característica fundamental desses sistemas é, tipicamente, as curvas em forma de 'S'.

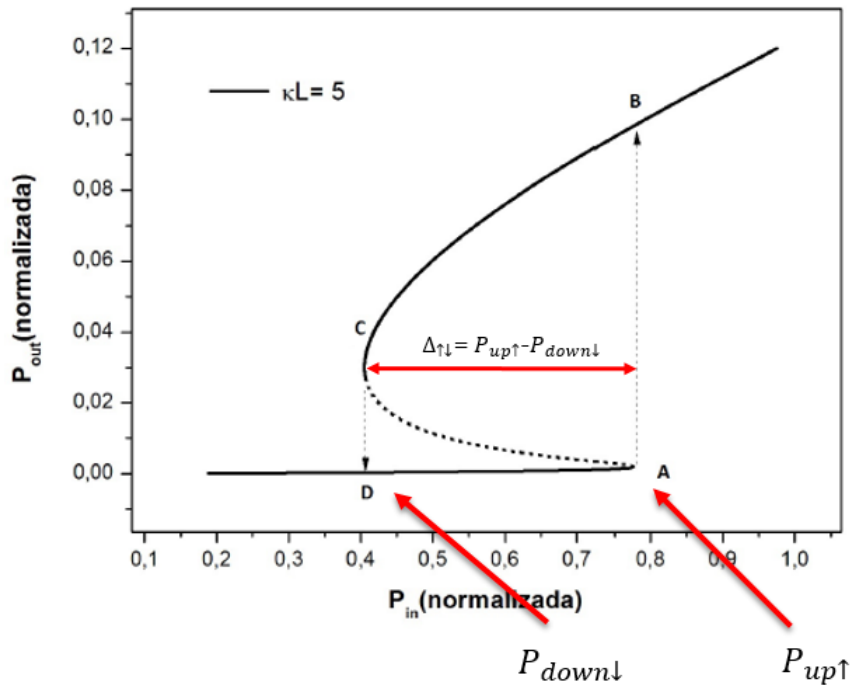


Figura 2.9: Curva de biestabilidade gerada a partir da potência de saída em função da potência de entrada.

O sistema descrito na Figura 2.9 possui a característica de chavear de um estado em nível baixo para um estado em nível alto (de A para B), chamado aqui de $P_{up\uparrow}$, e de um estado em nível alto para um nível baixo (de C para D), $P_{down\downarrow}$, descrevendo um ciclo de histerese. A diferença $P_{up\uparrow} - P_{down\downarrow}$ é definida como $\Delta_{\uparrow\downarrow}$, chamado de intervalo de chaveamento não-linear. A curva entre A e C, com inclinação negativa, corresponde a estados estacionários instáveis e não podem ser alcançados de um modo quasi-estático, podendo ser desprezadas no nosso estudo. Se a potência P_{in} possui valores entre $P_{up\uparrow}$ e $P_{down\downarrow}$ isso não implica no conhecimento do valor de P_{out} .

Na seção anterior, foi mencionado que as FBGs podem ser tratadas como cavidades ópticas, podendo apresentar estados estacionários nas condições de contorno onde $|\delta| = \kappa$. Para uma FBG centrada em um comprimento de onda igual ao comprimento central de um pulso luminoso, em baixas potências, a transmissividade é pequena, como esperado da teoria linear. Entretanto, a medida em que a potência de

entrada é aumentada, a transmissividade começa a aumentar. Esse chaveamento de um estado de transmissão baixo para alto pode ser entendido ao observarmos que o "*detuning* efetivo" das Equações 2.14 e 2.15 é fortemente dependente da intensidade do pulso de entrada devido a contribuição não-linear do índice de refração.

Substituindo 2.24 e 2.25 nessas Equações, sem desprezar os termos os quais representam os efeitos não-lineares, obtém-se uma expressão mais geral para a relação de dispersão dada por:

$$(\delta + \Gamma - p)A_1 = -\kappa B_1, \quad (2.42)$$

$$(\delta + \Gamma + p)B_1 = -\kappa A_1, \quad (2.43)$$

$$(\delta + \Gamma - p)B_2 = -\kappa A_2, \quad (2.44)$$

$$(\delta + \Gamma + p)A_2 = -\kappa B_2, \quad (2.45)$$

onde $\Gamma = |E|^2\gamma$.

Multiplicando as expressões 2.42 por 2.43 ou 2.44 por 2.45 é obtido a seguinte expressão para p , dependente da intensidade do pulso de entrada

$$p = \pm(\delta^2 + \gamma^2(|E|^2)^2 + 2\delta\gamma|E|^2 - \kappa^2)^{\frac{1}{2}}. \quad (2.46)$$

O coeficiente das exponenciais da solução geral, p , possui, agora, dependência em $|E|^2$. Neste caso, para cada valor de $|E|^2$, existem dois valores correspondentes para p .

(PAKDEEVANICH; ADAMS, 2000) reportaram estudos experimentais de bistabilidade em lasers de cavidade óptica. Foram apresentadas as primeiras medições de potência de comutação óptica para biestabilidade dispersiva em um laser de semicondutor como uma função da corrente em ambos os limiares *up* $\uparrow$ e *down* $\downarrow$.

(TIAN, 2011) apresentou diferentes curvas de biestabilidade quando eram considerados *chirp* linearmente positivo ($C = 5$) e negativo ($C = -5$) e *chirp* nulo ($C = 0$) em uma FBG. As curvas obtidas neste trabalho são apresentadas na Figura 2.6.

Uma chave óptica não-linear utilizando uma FBG uniforme foi proposta em (BRODERICK, 1998) através da alteração dos estados de alta reflectividade para baixa reflectividade por meio de um pulso de bombeamento. Isso torna a FBG um dispositivo ideal para aplicações de memória e chaveamento ópticos, podendo substituir as chaves eletro-ópticas convencionais.

(SHI, 1995) também demonstrou, numericamente, a possibilidade de se conseguir curvas de biestabilidade em FBGs uniformes como pode-se visualizar na Figura 2.11. Ambas as propriedades de transmissão e reflexão não-linear deste dispositivo foram analisadas e mostraram que a relação entre potência de saída e potência de entrada

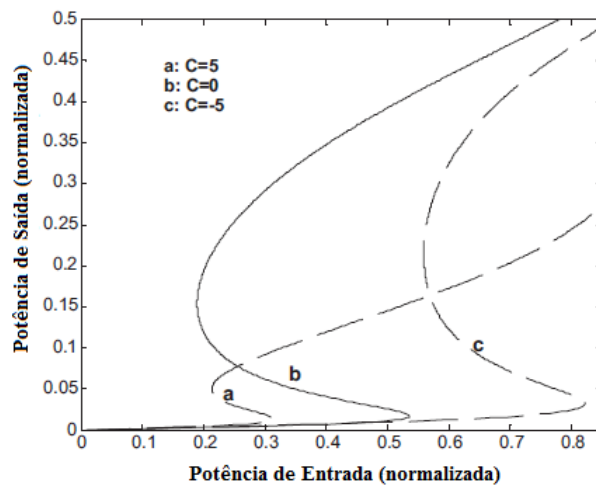


Figura 2.10: Curva de biestabilidade em FBG com chirp linearmente (a) positivo e (b) negativo. Fonte: (TIAN, 2011).

apresentavam biestabilidade óptica.

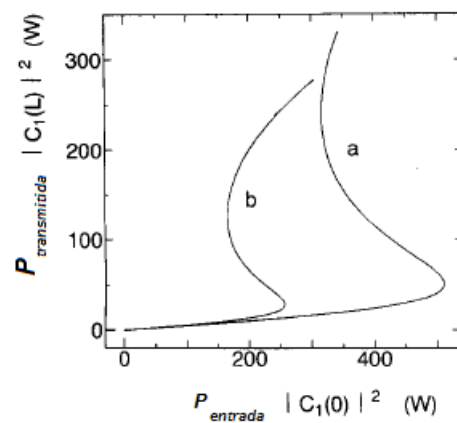


Figura 2.11: Curvas de biestabilidade para FBG uniforme e diferentes valores do produto γL são mostradas em (a) e (b). Fonte: (SHI, 1995).

São apresentados no próximo capítulo os procedimentos numéricos e as curvas de reflectividade e biestabilidade obtidas neste trabalho considerando os diferentes perfis para o parâmetro de não-linearidade.

Capítulo 3

Resultados

3.1 Procedimentos Numéricos

Para se obter as características de reflexão e de transmissão da FBG é necessário calcular os coeficientes de reflexão e transmissão definidos em 2.40 e 2.41. A partir do pulso de entrada e dos coeficientes r_g e t_g pode-se calcular os pulsos A_b e A_f . O pulso utilizado nas simulações foi do tipo secante hiperbólico como mostrado na Equação 3.1.

$$A_{entrada} = \sqrt{P_{entrada}} \operatorname{sech}\left(\frac{t}{T_0}\right) \quad (3.1)$$

Na Figura 3.1 é mostrado um pulso do tipo secante hiperbólico com potência de pico de 1 W e a largura temporal de 2,0 ps. De acordo com (AGRAWAL, 2007), em pulsos com largura temporal maiores que 0,1 ps os efeitos de alta ordem, tais como self-steepening e dispersão de 3° ordem, são desprezados.

As curvas de biestabilidade são plotadas considerando-se os valores de entrada como sendo os valores transmitidos pela FBG. As respostas dadas pelo método numérico para o pulso transmitido são postos como os valores de potência injetados na FBG. Portanto, a coluna de resposta dada pela simulação para o pulso A_f é colocada como valor de entrada e $A_{entrada}$ como valor de resposta. Desta maneira é possível conseguir as curvas que representam a relação entre potência de entrada e potência de saída do dispositivo. Desde que a condição de contorno da FBG requer $A_b(L) = 0$, tem-se:

$$|A_{entrada}|^2 = |A_f(L)|^2 = |A_f(0)|^2 - |A_b(0)|^2, \quad (3.2)$$

em que $|A_f(L)|^2$ é o pulso transmitido pela FBG. Dividindo a expressão 3.2 pela potência de entrada $|A_f(0)|^2$ chega-se a expressão que relaciona os coeficientes de reflexão e de transmissão da FBG:

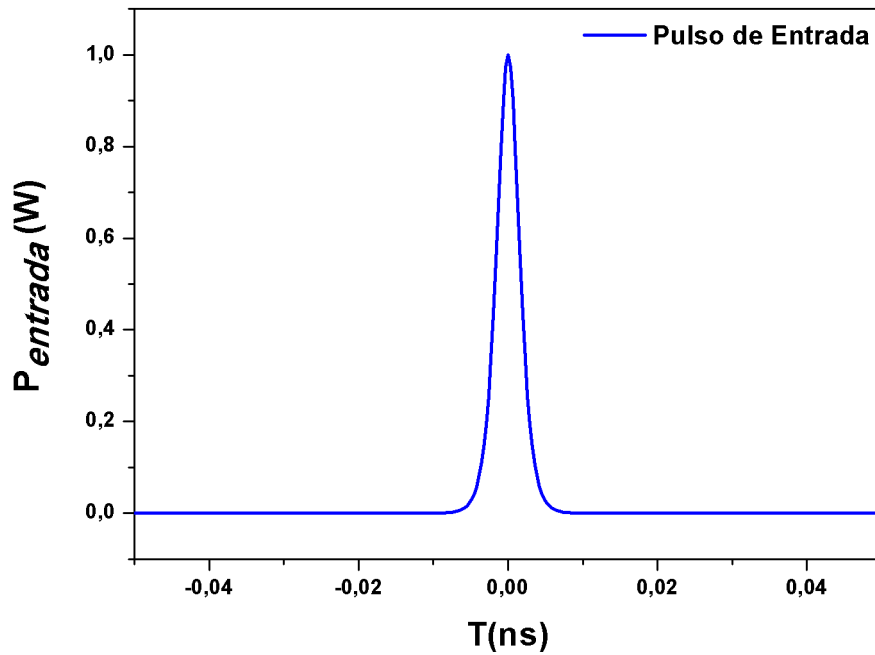


Figura 3.1: Pulso de entrada do tipo secante hiperbólico com potência de entrada $P_{entrada} = 1 \text{ W}$ e largura temporal de 2 ps .

$$|t_g|^2 = 1 - |r_g|^2. \quad (3.3)$$

Na Tabela 3.1 são mostrados os parâmetros utilizados nas simulações.

Tabela 3.1: Valores dos Parâmetros Utilizados.

Perfil	Valor
T_0	2 ps
n_0	$1,45$
κ	500 m^{-1}
λ_B	$1550,0 \text{ nm}$
β_1	0
β_2	$-21 \times 10^{-27} \text{ ps}^2 \text{ m}^{-1}$
γ_0	$24,0 \text{ W}^{-1} \text{ km}^{-1}$
L	$0,01 \text{ m}$

As curvas de biestabilidade óptica em FBG foram obtidas considerando-se vários perfis de crescimento e decrescimento da não-linearidade: linear, exponencial e quadrático, os quais são apresentados na Tabela 3.2. As curvas que representam todos os

perfis de não-linearidade utilizados neste trabalho são consideradas observando-se a variação do parâmetro σ , definido como amplitude de variação da não-linearidade. Os valores de σ utilizados neste trabalho foram de 2, 5, 10 e 20. Estes valores foram escolhidos devido a visível evolução das curvas, principalmente dos perfis exponenciais crescente e decrescente, mostrada da Figura 3.2. São investigados os efeitos causados pela variação de σ , sob as curvas de biestabilidade e as curvas de reflectividade nos pontos críticos (*up* $\uparrow$) e (*down* $\downarrow$).

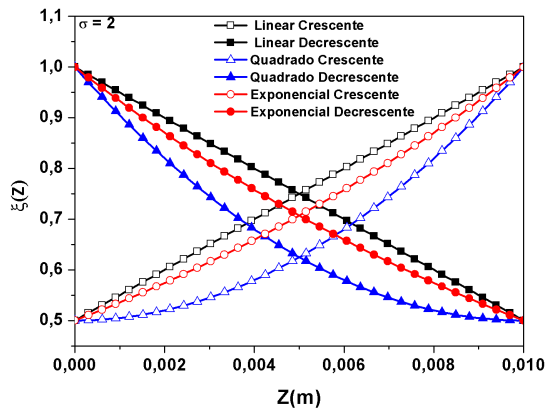
Tabela 3.2: *Perfis de Não-Linearidade.*

Perfil	Crescente	Decrescente
Linear	$\xi(Z) = \frac{(\sigma - 1)}{\sigma L}z + \frac{1}{\sigma}$	$\xi(Z) = \frac{(1 - \sigma)}{\sigma L}z + 1$
Exponencial	$\xi(Z) = \frac{1}{\sigma} \exp(\ln(\sigma) \frac{z}{L})$	$\xi(Z) = \exp(\ln(\frac{1}{\sigma}) \frac{z}{L})$
Quadrático	$\xi(Z) = \frac{(\sigma - 1)}{\sigma L^2}z^2 + \frac{1}{\sigma}$	$\xi(Z) = \frac{(\sigma - 1)}{\sigma L^2}(z - L)^2 + \frac{1}{\sigma}$

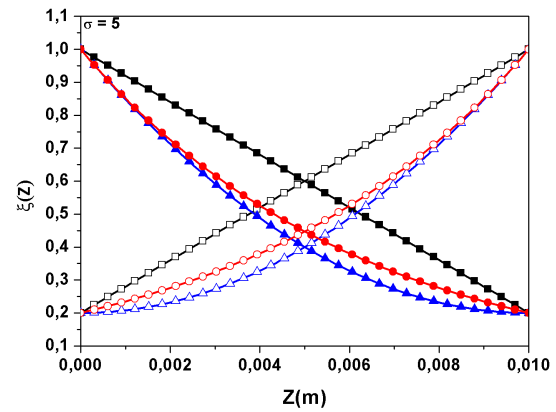
A partir da figura 3.2 é observado que o uso do perfil linear crescente ou decrescente sempre resultará em uma não-linearidade efetiva maior que nas outras funções em estudo devido à maior taxa de crescimento destas funções. Para qualquer valor de Z a função linear cresce sempre de forma mais rápida, apresentando uma não-linearidade efetiva maior e, consequentemente, antecipando o chaveamento, em relação aos outros perfis utilizados, em todos os casos. A partir da análise dos perfis exponencial e quadrático crescentes na Figura 3.2(a), para $\sigma = 2$, fica evidente que a função $\xi(Z)$ possui valores maiores para o caso exponencial crescente. Para $\sigma = 5$, na Figura 3.2(b)), a função exponencial crescente ainda apresenta valores maiores que a função quadrática crescente na maior parte do comprimento da FBG, tendo valores aproximadamente iguais no final do dispositivo, a partir de $Z = 8 \text{ mm}$. Para o caso $\sigma = 10$, na Figura 3.2(c), a função exponencial crescente possui valores menores no início da grade, porém em torno de $Z = 5 \text{ mm}$ a função quadrática crescente volta a ter valores maiores. Na Figura 3.2(d), onde $\sigma = 20$, apesar dos valores de $\xi(Z)$ serem, aproximadamente, iguais no início da FBG, observa-se que a função exponencial crescente passa a crescer de uma maneira mais lenta que a função quadrática crescente em torno de $Z = 3 \text{ mm}$.

No caso dos perfis exponencial e quadrático decrescentes, para $\sigma = 2$, na Figura 3.2(a), a função exponencial decrescente possui valores maiores que a função qua-

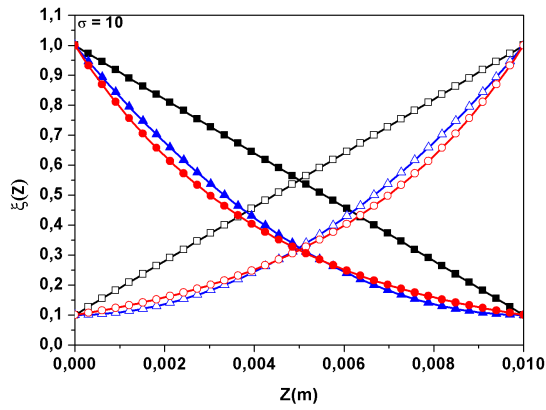
drática ao longo do dispositivo. Para $\sigma = 5$, na Figura 3.2(b), as funções exponencial e quadrática decrescentes passam a ter aproximadamente o mesmo valor no início da FBG e em torno de $Z = 2 \text{ mm}$ a função exponencial volta a ter valores maiores que a função quadrática. Para $\sigma = 10$ a função exponencial decrescente, na Figura 3.2(c), tem valores menores até em torno da metade do dispositivo, $Z = 5 \text{ mm}$, depois disso ela volta a ter valores menores que a função quadrática. Já para $\sigma = 20$ a função exponencial decrescente passa a ter valores menores que a função quadrática decrescente, voltando a ser, na Figura 3.2(d), aproximadamente igual em $Z = 7 \text{ mm}$.



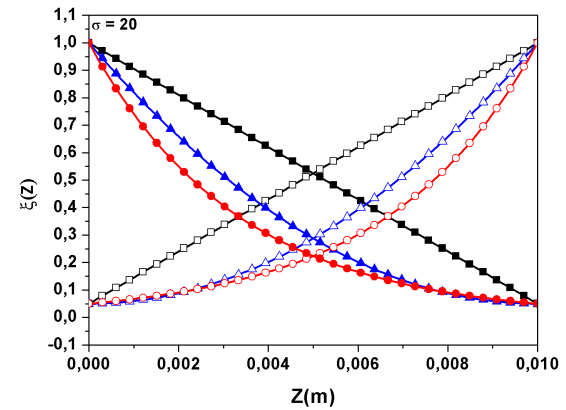
(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 3.2: Perfis crescentes e decrescentes: linear, exponencial e quadrático para diferentes valores de σ .

3.2 Resultados e Discussões

A reflectividade para a FBG em regime de baixa potência (1 W) é apresentada na Figura 3.3 tanto para $\gamma = 24,0 \text{ W}^{-1} \text{ km}^{-1}$ quanto para $\gamma = 1,2 \text{ W}^{-1} \text{ km}^{-1}$, os quais são os valores numéricos extremos dos perfis $\gamma = \gamma_0$ e $\gamma = \frac{\gamma_0}{\sigma}$ (com $\sigma = 20$), onde para os casos constantes é considerado $\xi(Z) = 1$ na equação 2.21. Observe que a banda de reflexão é centrada no comprimento de onda de $1550,0 \text{ nm}$ e a reflectividade não apresenta anomalias decorrentes de não-linearidades.

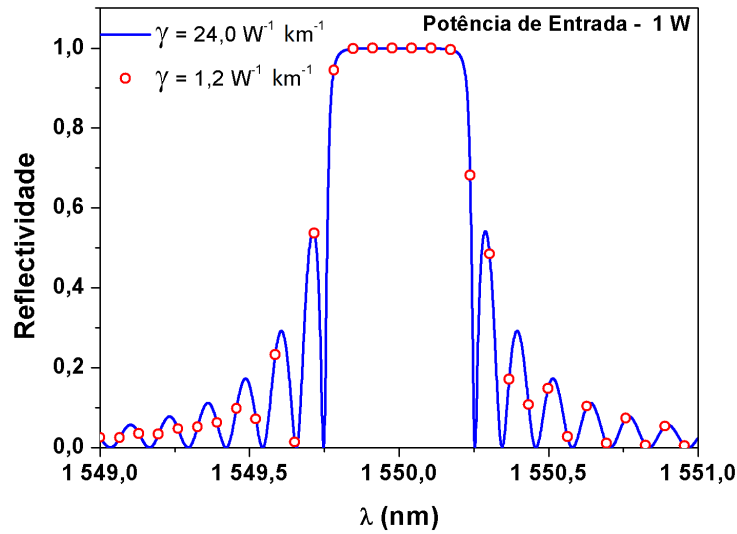


Figura 3.3: Reflectividade da FBG para potência de entrada 1 W.

Na Figura 3.4 é mostrado a curva de biestabilidade obtida para uma FBG com $\gamma = 1,2 \text{ W}^{-1} \text{ km}^{-1}$. A partir de um certo valor de potência de entrada $P_{up\uparrow}$ os efeitos não-lineares são tais que o dispositivo em estudo apresenta chaveamento de nível baixo para alto ($up \uparrow$). Após o chaveamento para nível alto o dispositivo volta a chavear de nível alto para baixo ($down \downarrow$) quando o valor de potência de entrada é igual a $P_{down\downarrow}$. A diferença entre as potências $\Delta_{\uparrow\downarrow} = P_{up\uparrow} - P_{down\downarrow}$ deve ser a maior possível para aplicações de chaveamento óptico com *gap* fotônico seguro. Neste caso $\Delta_{\uparrow\downarrow} = 39154,66 \text{ W} - 14316,32 \text{ W} = 24838,34 \text{ W}$. Observe que apesar do valor de $\Delta_{\uparrow\downarrow}$ ser grande, os valores de potência necessários para que ocorra os chaveamentos $up \uparrow$ e $down \downarrow$ devem ser muito altos.

Nas Figuras 3.5 e 3.6, as quais são apresentadas as reflectividades da FBG nas regiões de $P_{up\uparrow}$ e $P_{down\downarrow}$, são observadas algumas diferenças nas características de reflexão do dispositivo nesses pontos críticos. Isso se deve ao fato de o "detuning efetivo", que corresponde a associação entre os termos envolvendo o *detuning*, δ , e o parâmetro de não-linearidade, γ , sofrer variações consideráveis com o aumento da potência de entrada. Um leve deslocamento da banda de reflexão à esquerda é

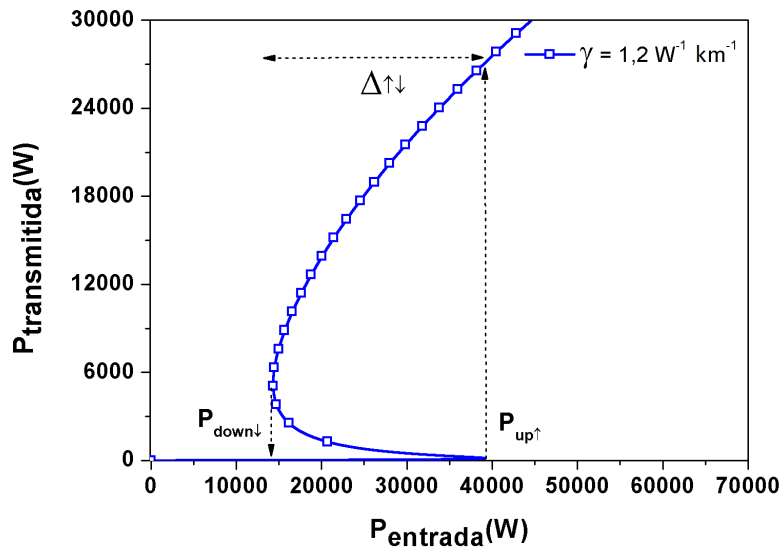


Figura 3.4: Biestabilidade da FBG com $\gamma = 1,2 \text{ W}^{-1} \text{ km}^{-1}$.

observado para a reflectividade em $P_{up\uparrow} = 39154,66 \text{ W}$. A reflectividade em $P_{down\downarrow} = 14316,32 \text{ W}$ torna-se muito baixa na faixa central, próxima ao comprimento de onda de $1550,0 \text{ nm}$, sofrendo, também, um leve deslocamento a esquerda do pico central.

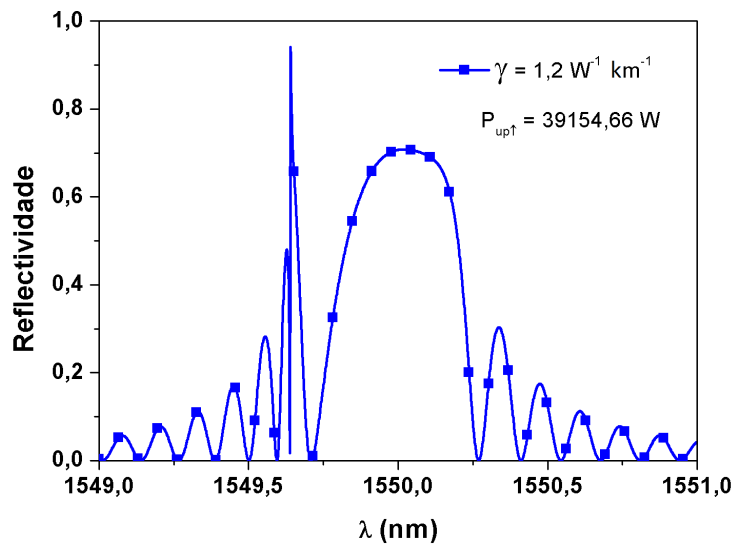


Figura 3.5: Reflectividade da FBG com $\gamma = 1,2 \text{ W}^{-1} \text{ km}^{-1}$ e $P_{up\uparrow} = 39154,66 \text{ W}$.

Na Figura 3.7 é apresentado a curva de biestabilidade para $\gamma = 24,0 \text{ W}^{-1} \text{ km}^{-1}$. Observe que a potência necessária para o chaveamento foi bem menor que para $\gamma = 1,2 \text{ W}^{-1} \text{ km}^{-1}$. A não-linearidade é bem maior para $\gamma = 24,0 \text{ W}^{-1} \text{ km}^{-1}$ podendo-se alcançar biestabilidade mais facilmente com potências de entrada bem mais baixas que no primeiro caso. $\Delta_{\uparrow\downarrow}$ foi calculado para esse caso e foi encontrado o valor de

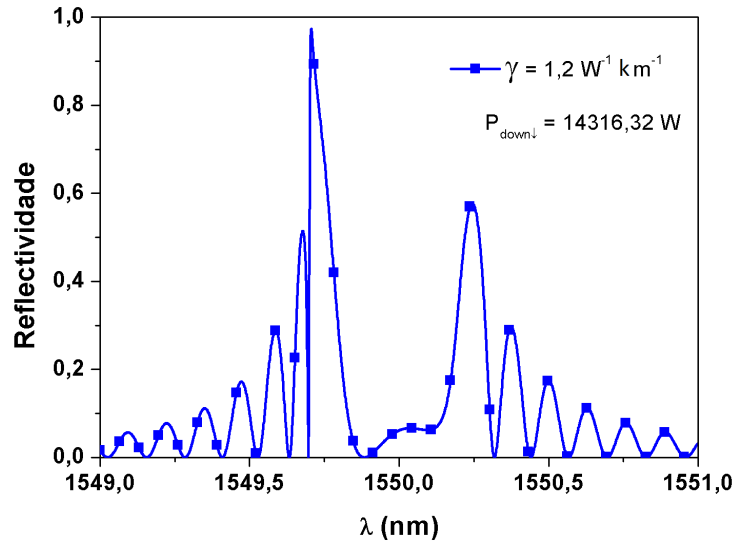


Figura 3.6: Reflectividade da FBG com $\gamma = 1,2 W^{-1} km^{-1}$ e $P_{down\downarrow} = 14316,32 W$.

1241,91 W (pois $P_{up\uparrow} = 1957,72 W$ e $P_{down\downarrow} = 715,81 W$). É observado que o valor do *gap* $\Delta_{\uparrow\downarrow}$ para o caso em que $\gamma = 1,2 W^{-1} km^{-1}$ é, aproximadamente, vinte vezes maior que o caso em que $\gamma = 24,0 W^{-1} km^{-1}$, o que mostra que esse intervalo de potências é proporcional ao parâmetro de não-linearidade.

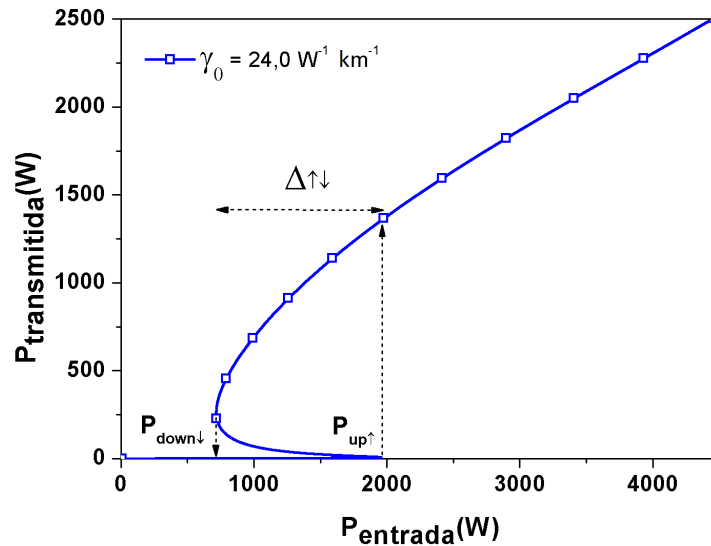


Figura 3.7: Biestabilidade da FBG com $\gamma = 24,0 W^{-1} km^{-1}$.

Observe que as reflectividades da FBG no caso em que $\gamma = 24,0 W^{-1} km^{-1}$ para as potências críticas $P_{up\uparrow} = 1957,72 W$ e $P_{down\downarrow} = 715,81 W$, mostradas nas Figuras (3.8) e 3.9, possuem as mesmas características apresentadas na reflectividade da FBG com $\gamma = 1,2 W^{-1} km^{-1}$, $P_{up\uparrow} = 39154,66 W$ e $P_{down\downarrow} = 14316,32 W$. Isso mostra que,

nos limiares de potência de chaveamento $up \uparrow$ e $down \downarrow$, o dispositivo se comporta da mesma forma, mesmo com valores de γ diferentes.

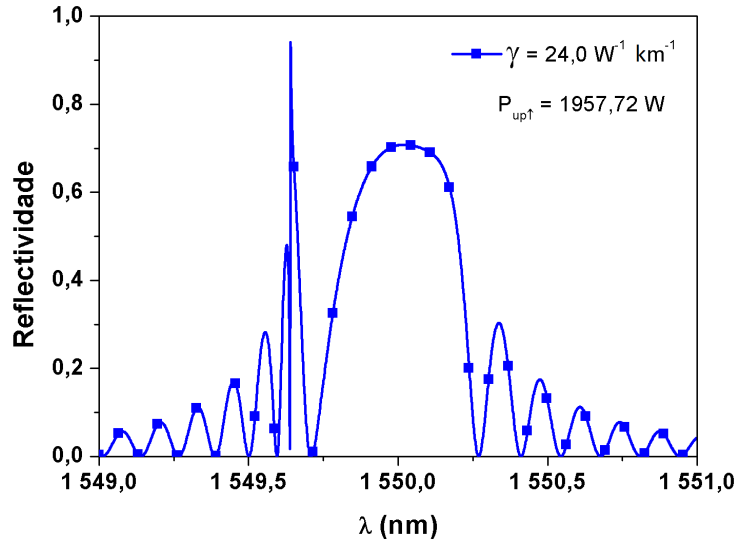


Figura 3.8: Reflectividade da FBG com $\gamma = 24,0 \text{ W}^{-1} \text{ km}^{-1}$ e $P_{up\uparrow} = 1957,72 \text{ W}$.

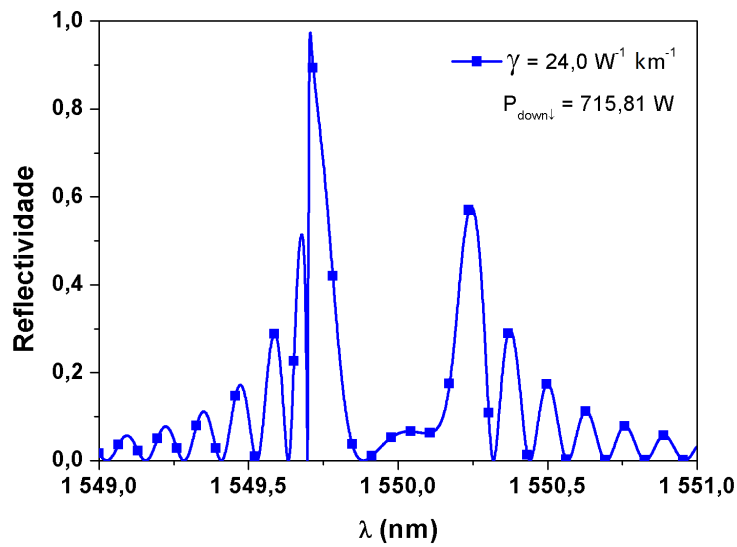


Figura 3.9: Reflectividade da FBG com $\gamma = 24,0 \text{ W}^{-1} \text{ km}^{-1}$ e $P_{down\downarrow} = 715,81 \text{ W}$.

As curvas de biestabilidade para os perfis crescentes linear, exponencial e quadrático, com diferentes valores de σ são mostradas na Figura 3.10. À medida que o parâmetro σ aumenta a não-linearidade efetiva para cada uma das FBGs com diferentes perfis diminui e isso é observado quando a potência de entrada necessária para que ocorra o primeiro chaveamento crítico ($P_{up\uparrow}$) em cada uma das curvas torna-se maior. Na Figura 3.10(a) é observado que os valores de chaveamento para as FBGs com perfis crescentes obedecem ao que é mostrado na Figura 3.2(a) onde a não-linearidade para o perfil crescente quadrático é menor em todo o percurso Z do dispositivo tendo, portanto, $P_{up\uparrow}$ e $P_{down\downarrow}$ maiores que na FBG com perfil exponencial crescente e maiores ainda se comparados a FBG com perfil linear crescente. Essa maior não-linearidade e, conseqüentemente, menor valor para as potências críticas são decorrentes do maior valor de $\xi(Z)$, no qual γ é diretamente proporcional. Portanto, quanto maior o valor de $\xi(Z)$, maior a não-linearidade naquele ponto e mais baixo o valor para ocorrência de chaveamento. Pelas Figuras 3.10(b), 3.10(c) e 3.10(d) fica evidente que os valores de $P_{up\uparrow}$ e $P_{down\downarrow}$ para cada uma das FBGs com diferentes perfis tornam-se bem mais distintos, ocorrendo um distanciamento desses valores a medida em que σ aumenta. Observando-se novamente os perfis crescentes na Figura 3.2(d), onde $\sigma = 20$, vemos que os valores de $\xi(Z)$, aproximadamente a partir de $Z = 3 \text{ mm}$, são maiores para o perfil quadrático crescente que para o perfil exponencial crescente. Logo, pela Figura 3.10(d) pode-se concluir que a não-linearidade efetiva no começo do dispositivo com perfil exponencial crescente já é suficiente para que haja chaveamento mais rápido que no dispositivo com perfil quadrático crescente, mesmo os valores de $\xi(Z)$ para o perfil quadrático crescente sendo maiores no final do dispositivo como mostrado na Figura 3.2(d). É observado, também, um discreto aumento nos níveis de potência de saída, ou nível alto, da FBG com diferentes perfis a medida em que o parâmetro σ aumenta.

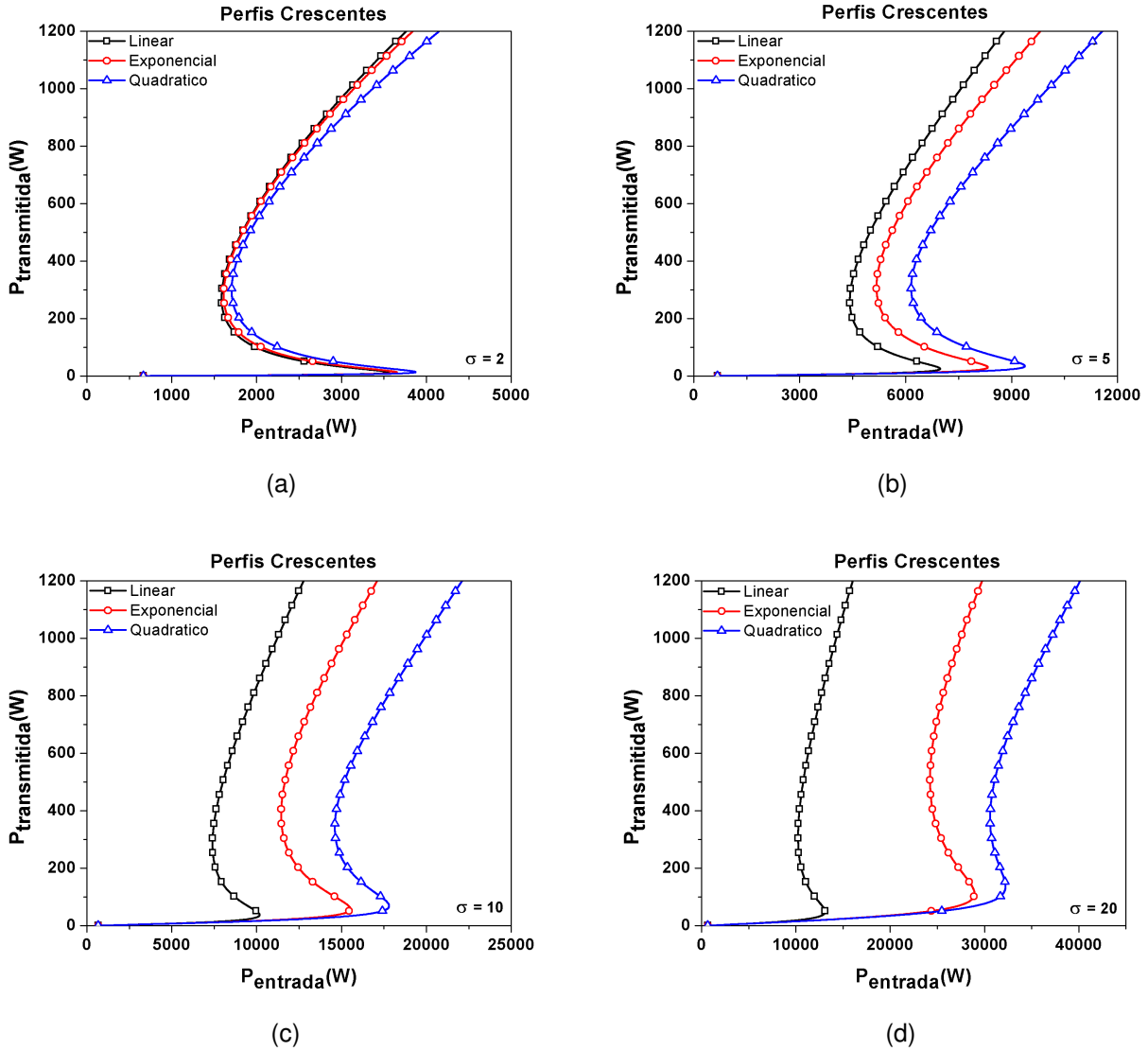


Figura 3.10: Curvas de biestabilidade para perfis crescentes: linear, exponencial e quadrático para diferentes valores de σ .

Na Tabela 3.3 são apresentados os valores para as potências $P_{up\uparrow}$ e $P_{down\downarrow}$ e a diferença $\Delta_{\uparrow\downarrow}$ para o caso onde os perfis utilizados são crescentes. Os valores deixam claro que a medida que σ aumenta os valores de $\Delta_{\uparrow\downarrow}$ só aumentam para os casos onde o perfil de não-linearidade do dispositivo é linear crescente e exponencial crescente. Para o caso onde o perfil é quadrático crescente os valores de $\Delta_{\uparrow\downarrow}$ crescem somente na transição $\sigma = 2$ para $\sigma = 5$. Vale destacar que, considerando aplicações de chaveamento óptico com *bandgap* de chaveamento fotônico seguro, o maior valor de $\Delta_{\uparrow\downarrow}$ obtido foi de 4715,64 W para o perfil crescente exponencial com $\sigma = 20$.

A evolução dos valores de $\Delta_{\uparrow\downarrow}$ são mostrados na Figura 3.11 para todos os perfis crescentes e diferentes valores de σ . É observado que os valores de $\Delta_{\uparrow\downarrow}$ crescem para todos os casos exceto para o caso de perfil quadrático crescente, quando começa a

Tabela 3.3: Valores de $P_{up\uparrow}$, $P_{down\downarrow}$ e $\Delta_{\uparrow\downarrow}$ para as curvas de biestabilidade com diferentes perfis de não-linearidade crescentes.

σ	Perfis Crescentes								
	Linear			Exponencial			Quadrático		
	$P_{up\uparrow}(W)$	$P_{down\downarrow}(W)$	$\Delta_{\uparrow\downarrow}(W)$	$P_{up\uparrow}(W)$	$P_{down\downarrow}(W)$	$\Delta_{\uparrow\downarrow}(W)$	$P_{up\uparrow}(W)$	$P_{down\downarrow}(W)$	$\Delta_{\uparrow\downarrow}(W)$
2	3561,22	1586,5	1974,72	3654,11	1610,79	2043,32	3873,11	1705,12	2167,99
5	6973,75	4416,86	2556,89	8327,35	5174,05	3153,30	9377,30	6152,24	3225,06
10	10173,03	7401,74	2771,29	15521,03	11442,22	4078,81	17803,96	14605,73	3198,23
20	13099,75	10232,92	2866,83	28941,36	24225,72	4715,64	32220,82	30594,96	1625,86

diminuir a partir de $\sigma = 5$ e com menor valor para $\sigma = 20$.

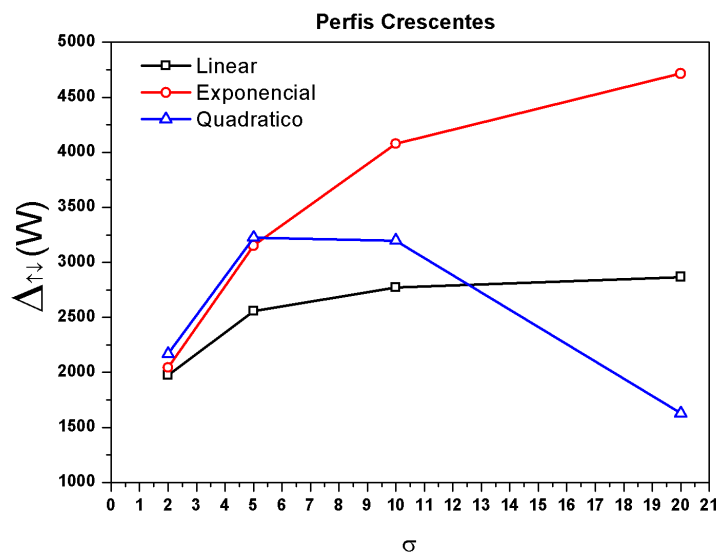


Figura 3.11: Evolução de $\Delta_{\uparrow\downarrow}$ para todos os perfis crescentes e para os diferentes valores de σ utilizados na simulação.

Na Figura 3.12 são apresentadas as curvas de reflectividade para os perfis crescentes nos pontos específicos $P_{up\uparrow}$ e $P_{down\downarrow}$ para os casos particulares $\sigma = 2$ e $\sigma = 20$, os quais são o menor e o maior valor para a amplitude de variação da não-linearidade. As Figuras 3.12(a) e 3.12(b) apresentam as reflectividades para os pontos $up \uparrow$ e $down \downarrow$ da curva de biestabilidade para os perfis crescentes, com $\sigma = 2$ e os valores de $P_{up\uparrow}$ e $P_{down\downarrow}$ apresentados na Tabela 3.3. As diferenças entre as reflectividades são bem discretas para cada perfil crescente. A reflectividade para $P_{up\uparrow}$ tem um maior deslocamento espectral para a esquerda enquanto que para $P_{down\downarrow}$ a reflectividade mostra-se mais intensa para os valores a direita do comprimento de onda de 1550,0 nm. Já as Figuras 3.12(c) e 3.12(d), para o caso onde $\sigma = 20$, apresentam diferenças mais significativas. Nota-se também que o deslocamento à esquerda é bem mais acentuado que em $\sigma = 2$ e a banda de reflexão é maior para o perfil quadrático crescente e menor para o perfil linear crescente.

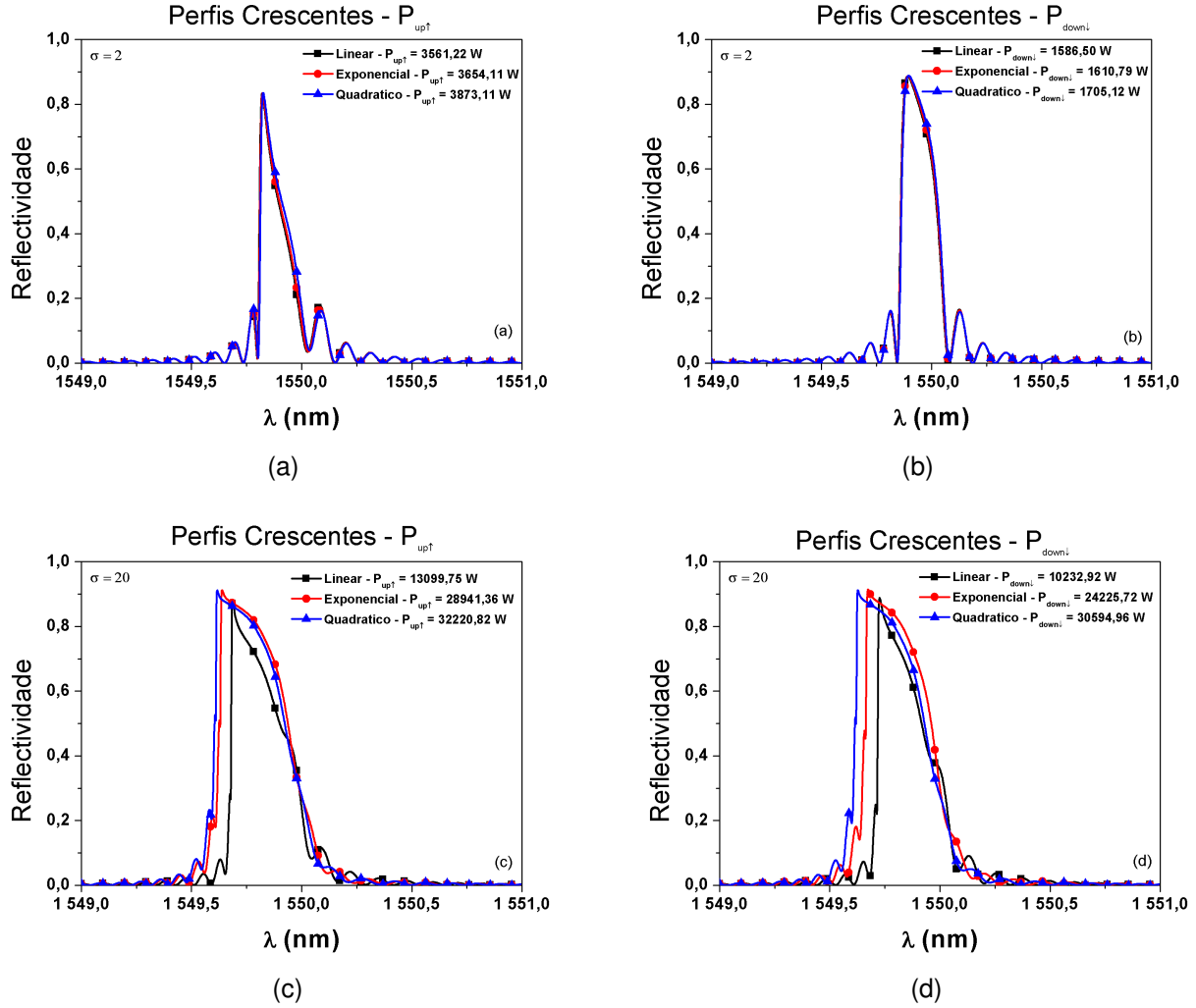


Figura 3.12: Curvas de reflectividade para os perfis crescentes nos pontos específicos $P_{up\uparrow}$ e $P_{down\downarrow}$ para os casos extremos utilizados nas simulações: $\sigma = 2$ ((a) e (b)) e $\sigma = 20$ ((c) e (d)).

As curvas de biestabilidade para os perfis decrescentes de não-linearidade são mostradas na Figura 3.13. É notado que o chaveamento para os três perfis decrescentes ocorre com diferentes valores de $\Delta_{\uparrow\downarrow}$ mesmo essas diferenças sendo bem discretas. É notado que a medida que σ aumenta, o perfil exponencial necessita de uma maior potência de entrada para que haja o primeiro chaveamento, seguido do perfil quadrático que necessita de uma potência de entrada levemente menor. Essa situação se inverte a partir de $\sigma = 2$ até $\sigma = 10$. Isso obedece ao que foi observado na Figura 3.2, onde o valor de $\xi(Z)$ para a FBG com perfil exponencial decrescente é menor que no caso onde a FBG tem perfil quadrático decrescente de não-linearidade até $Z = 5$. É visto a partir da Figura 3.13(c), em que $\sigma = 10$, a ocorrência de uma inversão dos níveis de chaveamento entre o perfil exponencial decrescente e quadrático decrescente, tanto para as potências críticas quanto para a potência de saída no limite superior da curva de biestabilidade, que representam o nível alto do chaveamento. É observado, em todos os casos de perfil decrescente, uma redução dessa potência

de saída, à medida em que σ aumenta. O perfil exponencial decrescente ganha uma maior suavidade (mesmo que levemente) em relação ao perfil quadrático decrescente. Como mostrado na Figura 3.13(d), para $\sigma = 20$ a situação entre os perfis exponencial decrescente e quadrático decrescente se inverte por completo. O limite superior da curva de biestabilidade do perfil exponencial decrescente passa a ser ainda mais suave em comparação com os outros perfis (quadrático e linear decrescentes). É observado, também, que o dispositivo com perfil exponencial decrescente com $\sigma = 20$ possui um intervalo de chaveamento $\Delta_{\uparrow\downarrow}$ menor. É bem evidente que a potência de entrada necessária para o primeiro chaveamento ($up \uparrow$) torna-se maior para o perfil exponencial decrescente nesta configuração. Apesar do *gap* de chaveamento relativamente curto, se comparado aos perfis crescentes, a utilização dos perfis decrescentes mostrou uma redução controlável nos níveis de potência de saída.

Todas as curvas da Figura 3.13 mostraram, também, uma certa tendência para ocorrência de um outro estado de chaveamento quando a potência de entrada estava entre $4000,0 \text{ W}$ e $5000,0 \text{ W}$. Isto pode ser visualizado bem mais facilmente para o caso em que $\sigma = 20$, onde há uma maior suavização do limite superior da curva de chaveamento. É esperado que com um valor de σ ainda maior que 20, este novo chaveamento se torne mais evidente. É possível concluir isto observando-se a evolução da curva ao longo do crescimento de σ . Esta multiestabilidade é importante no estudo de dispositivos lógicos com dois níveis de chaveamento.

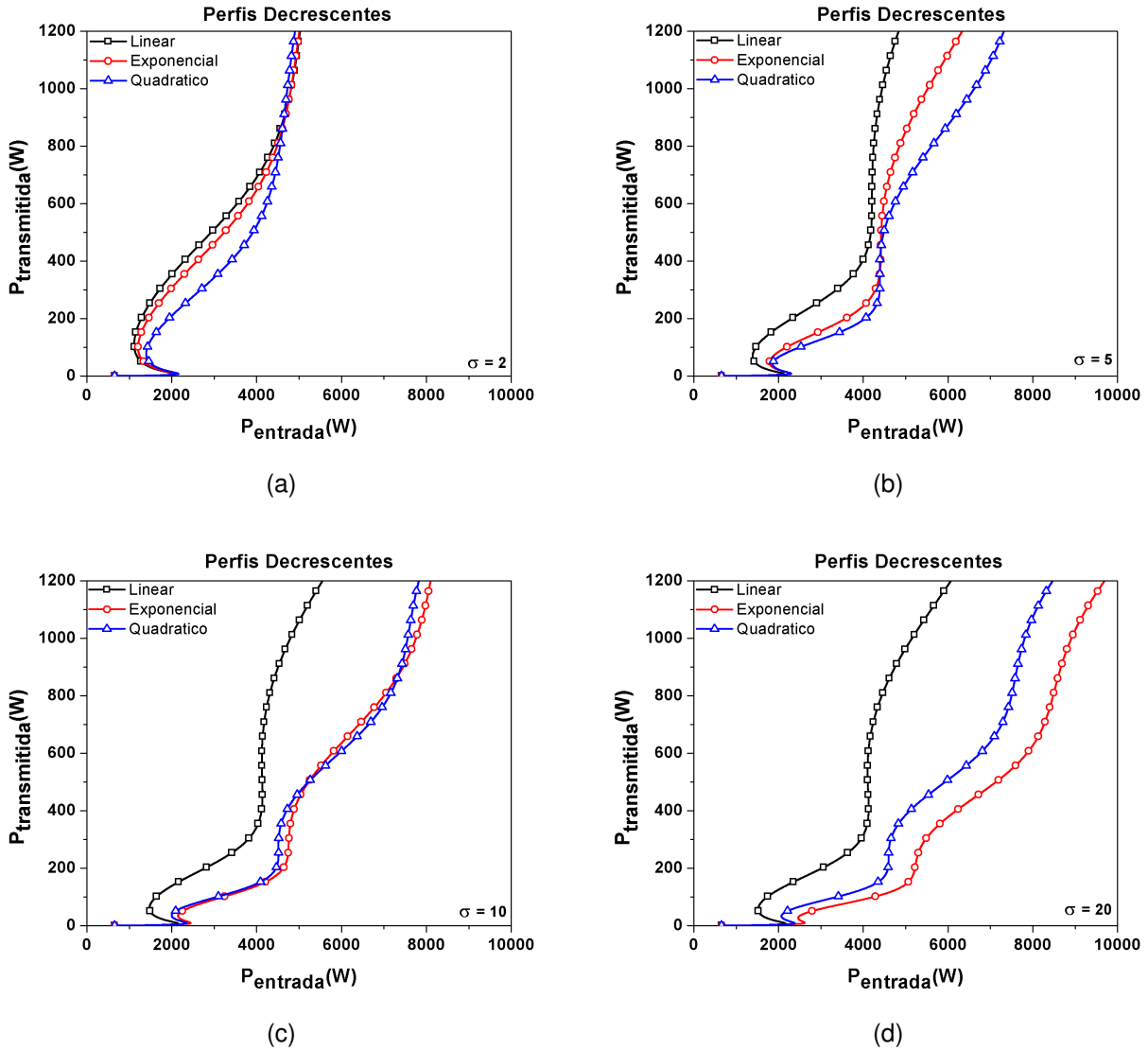


Figura 3.13: Curvas de biestabilidade para perfis decrescentes: linear, exponencial e quadrático para diferentes valores de σ .

Em relação aos valores referentes às potências $P_{\text{up}\uparrow}$ e $P_{\text{down}\downarrow}$ e a diferença $\Delta_{\uparrow\downarrow}$, apresentados na Tabela 3.4, observa-se diminuição nos valores em relação aos obtidos para os perfis crescentes dados na Tabela 3.3. Diferentemente ao perfil crescente, para o perfil decrescente, os valores de $\Delta_{\uparrow\downarrow}$ diminuem à medida que σ aumenta. Vale destacar que, considerando aplicações de chaveamento óptico com *bandgap* de chaveamento fotônico seguro, o maior valor de $\Delta_{\uparrow\downarrow}$ obtido foi de 945,89 W para o perfil decrescente linear e $\sigma = 2$.

Na Figura 3.14 é apresentado a evolução de $\Delta_{\uparrow\downarrow}$ para todos os perfis decrescentes e para os diferentes valores de σ utilizados na simulação. Nota-se que $\Delta_{\uparrow\downarrow}$ decresce para todos os casos, sendo que o perfil linear decrescente apresenta o maior valor com o aumento de σ . O perfil exponencial decrescente passa a ter menor valor

Tabela 3.4: Valores de $P_{up\uparrow}$, $P_{down\downarrow}$ e $\Delta_{\uparrow\downarrow}$ para as curvas de biestabilidade com diferentes perfis de não-linearidade decrescentes.

σ	Perfis Decrescentes								
	Linear			Exponencial			Quadrático		
	$P_{up\uparrow}(W)$	$P_{down\downarrow}(W)$	$\Delta_{\uparrow\downarrow}(W)$	$P_{up\uparrow}(W)$	$P_{down\downarrow}(W)$	$\Delta_{\uparrow\downarrow}(W)$	$P_{up\uparrow}(W)$	$P_{down\downarrow}(W)$	$\Delta_{\uparrow\downarrow}(W)$
2	2059,35	1113,46	945,89	2095,72	1204,99	890,73	2158,89	1396,00	762,89
5	2125,48	1386,98	738,50	2290,06	1785,82	504,24	2300,46	1857,22	443,24
10	2148,45	1473,44	675,01	2446,91	2146,34	300,57	2351,91	1998,97	352,94
20	2160,05	1515,77	644,28	2613,11	2463,56	149,55	2378,54	2067,53	311,01

a partir de $\sigma = 10$.

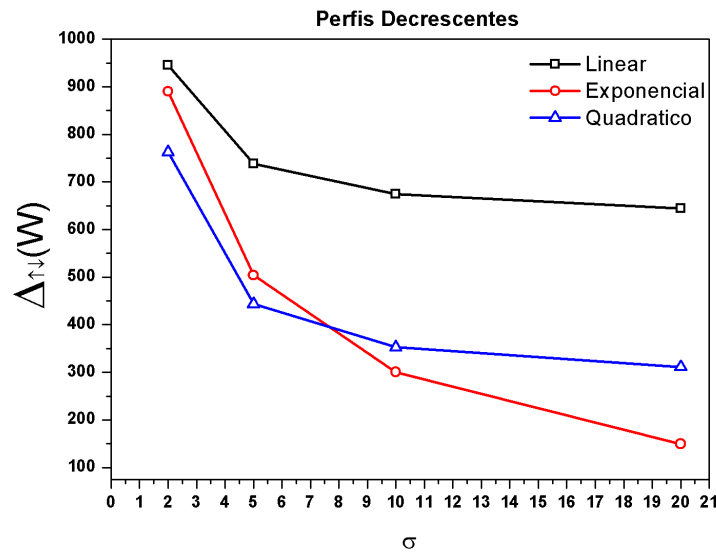


Figura 3.14: Evolução de $\Delta_{\uparrow\downarrow}$ para todos os perfis decrescentes e para os diferentes valores de σ utilizados na simulação.

Na Figura 3.15 é mostrada as curvas de reflectividade para os perfis decrescentes nos pontos específicos $P_{up\uparrow}$ e $P_{down\downarrow}$ para os casos extremos utilizados nas simulações: $\sigma = 2$ e $\sigma = 20$. As Figuras 3.15(a), 3.15(b), 3.15(c) e 3.15(d) apresentam as reflectividades para os pontos $up \uparrow$ e $down \downarrow$ da curva de biestabilidade para os perfis decrescentes, com os valores de $P_{up\uparrow}$ e $P_{down\downarrow}$ apresentados na Tabela 3.4. Para os dois casos, $\sigma = 2$ e $\sigma = 20$, as curvas apresentam diferenças bem discretas na reflectividade sendo mais evidente na Figura 3.15(c). É observado que todas as reflectividades sofrem um leve deslocamento à esquerda que é bem menos acentuado que aqueles apresentados na Figura 3.12.

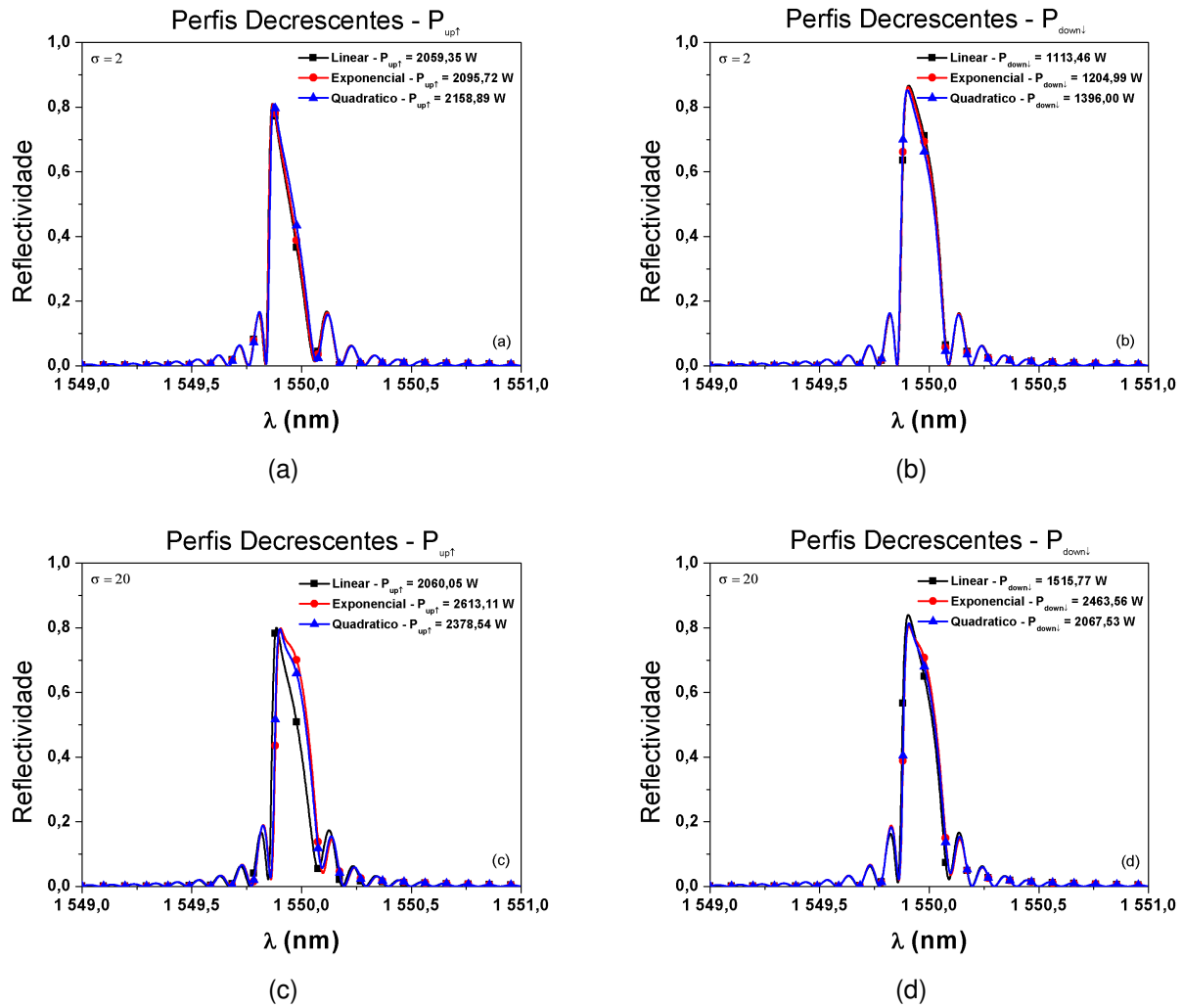


Figura 3.15: Curvas de reflectividade para os perfis decrescentes nos pontos específicos $P_{up\uparrow}$ e $P_{down\downarrow}$ para os casos extremos utilizados nas simulações: $\sigma = 2$ ((a) e (b)) e $\sigma = 20$ ((c) e (d)).

Capítulo 4

Conclusões

Neste trabalho foram analisados o comportamento das curvas de biestabilidade de uma FBG com perfis de não-linearidade crescentes e decrescentes: linear, exponencial e quadrático. Foi observado que as potências críticas $P_{up\uparrow}$ e $P_{down\downarrow}$ das curvas de biestabilidade crescem com o aumento da amplitude de variação da não-linearidade (σ) para os casos dos perfis crescentes linear e exponencial. Os valores de $\Delta_{\uparrow\downarrow}$ também crescem com o aumento de σ exceto para o caso quadrático crescente que começa a decrescer a partir de $\sigma = 5$. Esse decrescimento do valor de $\Delta_{\uparrow\downarrow}$ para o caso quadrático crescente pode ser explicado pela maior taxa de crescimento de $P_{down\downarrow}$ em relação a $P_{up\uparrow}$. Já para os casos linear crescente e exponencial crescente, o aumento de $\Delta_{\uparrow\downarrow}$ é explicado pela maior taxa de crescimento de $P_{up\uparrow}$ em relação a $P_{down\downarrow}$ com o aumento de σ . A potência crítica de chaveamento $P_{up\uparrow}$ cresce mais lentamente que $P_{down\downarrow}$, à medida em que σ cresce, resultando em um *gap* de chaveamento, $\Delta_{\uparrow\downarrow}$, menor. É observado, também, um discreto aumento nos níveis de potência de saída, ou nível alto de chaveamento, da FBG com diferentes perfis, à medida em que o parâmetro σ aumenta. A reflectividade, utilizando os perfis crescentes, com $\sigma = 2$ e em $P_{up\uparrow}$, apresenta um maior deslocamento espectral para a esquerda enquanto que para $P_{down\downarrow}$ a reflectividade mostra-se mais intenso para os valores a direita do pico central do comprimento de onda de 1550,0 nm. Já para o caso $\sigma = 20$ o deslocamento a esquerda é ainda mais intenso.

Para os casos onde os perfis utilizados são decrescentes os valores de $P_{up\uparrow}$ também crescem mais rapidamente que $P_{down\downarrow}$ com o aumento de σ , para todos os casos. Diferentemente do caso crescente, os valores de $\Delta_{\uparrow\downarrow}$ decrescem à medida que σ cresce. Apesar do *gap* de chaveamento, $\Delta_{\uparrow\downarrow}$, relativamente curto, se comparado aos perfis crescentes, a utilização dos perfis decrescentes mostrou uma redução controlável nos níveis altos de chaveamento. A tendência para ocorrência de um novo estado de chaveamento nas curvas de biestabilidade para os perfis decrescente é importante para aplicações que necessitam de dispositivos lógicos com dois níveis lógicos. As reflectividades nos casos onde os perfis são decrescentes também apresentam dife-

renças bem discretas, sendo um pouco mais evidentes em $P_{up\uparrow}$ e para o caso $\sigma = 20$. Foi observado que todas as reflectividades para os perfis decrescentes sofrem um leve deslocamento à esquerda do pico do comprimento de onda de $1550,0 \text{ nm}$ bem menos acentuado que aqueles apresentados para o caso de perfis crescentes.

As intensidades de potência $P_{up\uparrow}$ e $P_{down\downarrow}$ para a biestabilidade dos perfis decrescentes são menores que as intensidades utilizadas nos perfis crescentes, e os valores de $\Delta_{\uparrow\downarrow}$ são, também, menores nos perfis decrescentes, atingindo um valor mínimo de $149,55 \text{ W}$ para o perfil exponencial em $\sigma = 20$. O estudo numérico considerando os diferentes perfis de não-linearidade realizado neste trabalho tem implicações importantes para sistemas que necessitam de um *gap* fotônico seguro e que são voltados à aplicações de chaveamento óptico com intervalo de chaveamento ou níveis de potência de saída controlados.

4.1 Sugestões para Pesquisas Futuras

Apesar do amplo escopo de trabalhos realizados para a investigação da biestabilidade em FBGs, existe ainda algumas sugestões para trabalhos futuros:

- Inserção de características de metamateriais como proposta de uma FBG híbrida;
- Efeitos de alta ordem como *Self-Steepening*, Espelhamento Raman e Dispersão de 3º Ordem quando se utilizam pulsos da ordem de femtosegundos;
- Comportamento biestável de FBGs utilizando outros perfis de não-linearidade.

Referências Bibliográficas

AGRAWAL, Govind. *Applications of nonlinear fiber optics*. [S.l.]: Academic press, 2001. 34

AGRAWAL, Govind P. *Fiber-optic communication systems*. [S.l.: s.n.], 1997. v. 1. , 29

AGRAWAL, Govind P. *Lightwave technology: telecommunication systems*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2005. 27

AGRAWAL, Govind P. *Nonlinear fiber optics*. [S.l.]: Academic press, 2007. 20, 45

ASADPOUR, Seyyed Hossein; SOLEIMANI, H Rahimpour. Optical bistability and multistability in a four-level quantum system in the presence of plasmonic nanostructure. *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures*, Elsevier, v. 75, p. 112–117, 2016. 21

ASOBE, Masaki. Nonlinear optical properties of chalcogenide glass fibers and their application to all-optical switching. *Optical Fiber Technology*, Elsevier, v. 3, n. 2, p. 142–148, 1997. 22

BASS, Michael; STRYLAND, Eric W Van. *Fiber Optics Handbook: fiber, devices, and systems for optical communications*. [S.l.]: McGraw-Hill New York, 2002. 17

BRODERICK, NGR. Bistable switching in nonlinear bragg gratings. *Optics communications*, Elsevier, v. 148, n. 1, p. 90–94, 1998. 43

BURES, J; LACROIX, S; LAPIERRE, J. [bragg reflector induced photosensitivity in an optical fiber: growth pattern and frequency response]. *Applied optics*, v. 21, n. 19, p. 3502–3506, 1982. 31

COELHO, AG; QUEIROZ, ASB; SILVA, MG da; LYRA, ML; SOMBRA, ASB. Switching and enhanced bistability in an asymmetric nonlinear directional coupler with a metamaterial channel. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, Elsevier, v. 18, n. 5, p. 1258–1268, 2013. , 20, 21

CORREIA, DG; SALES, JC; PINTO, PVF; MOURA, LP; FERREIRA, AC; MENEZES, JWM; GUIMARÃES, GF; SOMBRA, ASB. Analysis of the performance of a pam/ppm/ook system operating with ocdma, under nonlinear optical effects in optical fiber propagation. *Journal of Optical Communications*.

CORREIA, Dayse Gonçalves; ÁVILA, Kilvia Maria Viana; CAVALCANTE, Daniel do Nascimento e Sá; PINTO, Paulo Victor Ferreira; MAGALHÃES, Francisco Tadeu de Carvalho Belchior; MOURA, Lucas Pinheiro de; FERREIRA, Alisson da Conceição; MENEZES, Jose Wally Mendonça; GUIMARÃES, Glendo de Freitas. Non-linear

switching based on dual-core non-linear optical fiber couplers with xpm and raman intrapulse applied to femtosecond pulse propagation. *Journal of Modern Optics*, Taylor & Francis, p. 1–7, 2015.

CULLITY, BD. Elements of. *X-ray! Diffraction*, 1978. 30

EGGLETON, Benjamin J; SLUSHER, RE; STERKE, C Martijn de; KRUG, Peter A; SIPE, JE. Bragg grating solitons. *Physical Review Letters*, APS, v. 76, n. 10, p. 1627, 1996. 36

FILHO, Antonio Francisco Gomes Furtado; SOUSA, José Rubens Rodrigues de; NETO, Apiano Ferreira de Moraes; MENEZES, Jose Wally Mendonça; SOMBRA, Antonio Sergio Bezerra. Periodic modulation of nonlinearity in a fiber bragg grating: A numerical investigation. Scientific Research Publishing, 2012. 38

FOK M.P. E PRUCNAL, P.R. Four-wave mixing in highly ge-doped nonlinear fiber. In: *Optical Fiber Communication (OFC), collocated National Fiber Optic Engineers Conference, 2010 Conference on (OFC/NFOEC)*. [S.l.: s.n.], 2010. p. 1–3. 22

FRIEBELE, EJ; GRISCOM, DL; JR, GH Sigel. Defect centers in a germanium-doped silica-core optical fiber. *Journal of applied physics*, AIP Publishing, v. 45, n. 8, p. 3424–3428, 1974. 31

GABRIELSE, Gerald; DEHMELT, Hans. Observation of inhibited spontaneous emission. *Physical review letters*, APS, v. 55, n. 1, p. 67, 1985. 20

GIBBS, Hyatt. *Optical bistability: controlling light with light*. [S.l.]: Elsevier, 2012. 20

GRIFFITHS, David Jeffrey; COLLEGE, Reed. *Introduction to electrodynamics*. [S.l.]: prentice Hall Upper Saddle River, NJ, 1999. v. 3. 28

HEGDE, Ravi S; WINFUL, Herbert G. Optical bistability in periodic nonlinear structures containing left handed materials. *Microwave and optical technology letters*, Wiley Online Library, v. 46, n. 6, p. 528–530, 2005. 20, 21

HILL, KO; FUJII, Y; JOHNSON, Derwyn C; KAWASAKI, BS. Photosensitivity in optical fiber waveguides: Application to reflection filter fabrication. *Applied Physics Letters*, AIP Publishing, v. 32, n. 10, p. 647–649, 1978. 29, 30

JACKSON, John David. Classical electromagnetics. *Wiley, New York*, 1975. 33

JOANNOPOULOS, John D; JOHNSON, Steven G; WINN, Joshua N; MEADE, Robert D. *Photonic crystals: molding the flow of light*. [S.l.]: Princeton university press, 2011. , 17, 18

KARIMI, Mohammad; LAFOUTI, Majid; AMIDIYAN, Ali Asghar; SABBAGHZADEH, Jamshid. All-optical flip-flop based on nonlinear effects in fiber bragg gratings. *Applied optics*, Optical Society of America, v. 51, n. 1, p. 21–26, 2012. 20

KASHYAP, Raman. *Fiber bragg gratings*. [S.l.]: Academic press, 1999. , 31, 32

KHAN, SS Azmiri; ISLAM, MS. Chromatic dispersion compensation using linearly chirped apodized fiber bragg grating. In: IEEE. *Electrical and Computer Engineering (ICECE), 2010 International Conference on*. [S.l.], 2010. p. 9–12. 18

KOERDT, Michael; KIBBEN, Simon; HESSELBACH, Johanne; BRAUNER, Christian; HERRMANN, Axel Siegfried; VOLLERTSEN, Frank; KROLL, Lothar. Fabrication and characterization of bragg gratings in a graded-index perfluorinated polymer optical fiber. *Procedia Technology*, Elsevier, v. 15, p. 138–146, 2014. [18](#)

LEE, Hojoon; AGRAWAL, Govind P. Nonlinear switching of optical pulses in fiber bragg gratings. *Quantum Electronics, IEEE Journal of*, IEEE, v. 39, n. 3, p. 508–515, 2003. [20](#)

LI, Jin Hua; CHIANG, Kin Seng; CHOW, Kwok Wing. Switching of ultrashort pulses in nonlinear high-birefringence two-core optical fibers. *Optics Communications*, Elsevier, v. 318, p. 11–16, 2014. [36](#)

LIMA, JLS; SOMBRA, ASB. Soliton and quasi-soliton switching in nonlinear optical loop mirror constructed from dispersion decreasing fiber. *Optics communications*, Elsevier, v. 163, n. 4, p. 292–300, 1999. , [36](#), [37](#)

LIMBERGER, Hans G; FONJALLAZ, PY; SALATHÉ, RP. Spectral characterisation of photoinduced high efficient bragg gratings in standard telecommunication fibres. *Electronics Letters*, IET, v. 29, n. 1, p. 47–49, 1993. , [41](#)

LYNCH, S; ALHARBEY, RA; BATARFI, HA; HASSAN, SS. Delayed-dynamical optical bistability within and without the rotating wave approximation. *Journal of Nonlinear Optical Physics & Materials*, World Scientific, v. 24, n. 03, p. 1550037, 2015. [21](#)

MACKE, Bruno; SÉGARD, Bernard; ZEMMOURI, Jaouad. Optical bistability and instability. *Physica B: Condensed Matter*, Elsevier, v. 175, n. 1, p. 271–282, 1991. [42](#)

MCCALL, SL; GIBBS, HM; CHURCHILL, GG. Venkatesan, 1975. *Bull. Am. Phys. Soc*, v. 20, p. 636, 1975. [20](#)

MELTZ, G; MOREY, W_W; GLENN, WH. Formation of bragg gratings in optical fibers by a transverse holographic method. *Optics letters*, Optical Society of America, v. 14, n. 15, p. 823–825, 1989. [18](#), [31](#)

MÉNDEZ-ZEPEDA, O; MUÑOZ-AGUIRRE, S; BELTRÁN-PÉREZ, G; CASTILLO-MIXCÓATL, J. Alternative interrogation method for a dual laser sensor based on fiber bragg gratings to measure temperature using the fundamental beating frequency intensity. *Optics & Laser Technology*, Elsevier, v. 67, p. 159–163, 2015. [17](#)

MYERS, RA; MUKHERJEE, N; BRUECK, Steven RJ. Large second-order nonlinearity in poled fused silica. *Optics Letters*, Optical Society of America, v. 16, n. 22, p. 1732–1734, 1991. [32](#)

PAKDEEVANICH, P; ADAMS, MJ. Switching powers for optical bistability in a semiconductor laser above and below threshold. *Optics communications*, Elsevier, v. 176, n. 1, p. 195–198, 2000. [43](#)

PENG, Hui; SU, Yang; YE, Zhengxing; ZHOU, Bihua. A novel fiber bragg grating sensor for weak pressure measurement based on the stokes parameter. *Optical Fiber Technology*, Elsevier, v. 18, n. 6, p. 485–489, 2012. [17](#)

PEREIRA, Suresh; SIPE, John. Nonlinear pulse propagation in birefringent fiber bragg gratings. *Optics express*, Optical Society of America, v. 3, n. 11, p. 418–432, 1998. [19](#)

QIAN, Wenwen; CHAN, Chi Chiu; ZHAO, Chun-Liu; LIU, Yang; LI, Tao; HU, Limin; NI, Kai; DONG, Xinyong. Photonic crystal fiber refractive index sensor based on a fiber bragg grating demodulation. *Sensors and Actuators B: Chemical*, Elsevier, v. 166, p. 761–765, 2012. [18](#)

RIBEIRO, José Antônio Justino. *Comunicações ópticas*. [S.l.]: Érica, 2003. [27](#)

SALES, JC; FILHO, AFGF; FERREIRA, AC; SOUSA, JRR; AVILA, KMV; CAVALCANTE, DNS; MAGALHÃES, FTGB; SOBRINHO, CS; PINTO, PVF; GUIMARÃES, GF et al. Mach–zehnder nonlinear interferometer in photonic crystal fibers with nonlinearity profiles. *Journal of Nonlinear Optical Physics & Materials*, World Scientific, v. 24, n. 03, p. 1550036, 2015.

SALIMINIA, Ali; PROULX, Antoine; VALLÉE, Réal. Inscription of strong bragg gratings in pure silica photonic crystal fibers using uv femtosecond laser pulses. *Optics Communications*, Elsevier, v. 333, p. 133–138, 2014. [18](#)

SHI, Chao-Xiang. Optical bistability in reflective fiber gratings. *Quantum Electronics, IEEE Journal of*, IEEE, v. 31, n. 11, p. 2037–2043, 1995. , [19](#), [43](#), [44](#)

SOUSA, JRR; FERREIRA, AC; BATISTA, GS; SOBRINHO, CS; BASTOS, AM; LYRA, ML; SOMBRA, ASB et al. Generation of logic gates based on a photonic crystal fiber michelson interferometer. *Optics Communications*, Elsevier, v. 322, p. 143–149, 2014. [69](#)

TAHMASEBI, Elaheh; KESHAVARZ, Alireza; HATAMI, Mohsen. Optical transmission and bistability of light in nano fabry-perot resonator with nanocavity containing negative index material. *Optik-International Journal for Light and Electron Optics*, Elsevier, v. 126, n. 24, p. 5357–5362, 2015. [21](#)

THARWAT, Marwa M; ASHRY, Islam; ELRASHIDI, Ali; MAHROS, Amr M. A study of green wavelength-division multiplexed optical communication systems using cascaded fiber bragg grating. *Optical Fiber Technology*, Elsevier, v. 20, n. 5, p. 467–472, 2014. [17](#)

TIAN, Jian-Feng. Investigation on the bistability of linearly chirped nonlinear bragg gratings. *Optik-International Journal for Light and Electron Optics*, Elsevier, v. 122, n. 15, p. 1381–1383, 2011. , [36](#), [43](#), [44](#)

TIMBÓ, Átila Pereira; PINTO, Paulo Victor Ferreira; PINHO, Hilton Andrade; MOURA, Lucas Pinheiro de; CHRETIEN, Jecol Bamutsha; VIANA, Flávio Wanderley; FILHO, Rogério Guerra Diógenes; SILVA, Erandir Brasil da; SILVA, Marcos Erick Rodrigues da; MENEZES, José Wally Mendonça et al. ph optical sensor based on thin films of sol–gel with bromocresol purple. *Sensors and Actuators B: Chemical*, Elsevier, v. 223, p. 406–410, 2016.

VILLAR, Ignacio Del; MATIAS, Ignacio; ARREGUI, Francisco; CLAUS, Richard. Analysis of one-dimensional photonic band gap structures with a liquid crystal defect towards development of fiber-optic tunable wavelength filters. *Optics Express*, Optical Society of America, v. 11, n. 5, p. 430–436, 2003. [21](#)

VOIGTLÄNDER, Christian; BECKER, Ria G; THOMAS, Jens; RICHTER, Daniel; SINGH, Anshuman; NNERMANN, Andreas Tü; NOLTE, Stefan. Ultrashort pulse inscription of tailored fiber bragg gratings with a phase mask and a deformed wavefront [invited]. *Optical Materials Express*, Optical Society of America, v. 1, n. 4, p. 633–642, 2011. , [33](#)

WEHMANN, CF; SILVA, MG da; FERNANDES, LM; LIMA, JLS; ALMEIDA, EF de; SOMBRA, ASB. Optical mixing effect and modulation instability in a dispersion decreasing fibre operating with picosecond light pulses. *IEE Proceedings-Optoelectronics*, IET, v. 152, n. 6, p. 292–298, 2005. [36](#)

WILLIAMS, DL; DAVEY, ST; KASHYAP, R; ARMITAGE, JR; AINSLIE, BJ. Ultraviolet absorption studies on photosensitive germanosilicate preforms and fibers. *Applied physics letters*, AIP Publishing, v. 59, n. 7, p. 762–764, 1991. [33](#)

WINFUL, Herbert G; MARBURGER, JH; GARMIRE, E. Theory of bistability in nonlinear distributed feedback structures. *Applied Physics Letters*, AIP Publishing, v. 35, n. 5, p. 379–381, 1979. [20](#)

YIN, Stuart Shizhuo; RUFFIN, Paul. *Fiber optic sensors*. [S.l.]: Wiley Online Library, 2002. , [19](#)

YOUSEFI, Elham; HATAMI, Mohsen. All optical self signal processing using chalcogenide nonlinear fiber bragg grating. *Optik-International Journal for Light and Electron Optics*, Elsevier, v. 125, n. 22, p. 6637–6640, 2014. [22](#)

Apêndice A

Equações diferenciais ordinárias - EDOs - são usadas para descrever, ou simular, processos e sistemas baseados em taxas de variação. Em alguns problemas, várias variáveis dependentes estão associadas a esses tipos de sistemas e acabam afetando umas às outras. Quando isso acontece é necessário resolver um sistema de EDOs de primeira ordem acopladas. A necessidade em se trabalhar com as CME no domínio da frequência vem, justamente, do fato da equação, antes uma equação diferencial parcial de segunda ordem em t , se transformar em uma equação diferencial ordinária em z . Um sistema de EDOs tem a seguinte fórmula geral:

$$\begin{aligned}\frac{dy_1}{dz} &= f_1(z, y_1, y_2, y_3, \dots, y_n) \\ \frac{dy_2}{dz} &= f_2(z, y_1, y_2, y_3, \dots, y_n) \\ \frac{dy_3}{dz} &= f_3(z, y_1, y_2, y_3, \dots, y_n) \\ &\dots \\ \frac{dy_n}{dz} &= f_n(z, y_1, y_2, y_3, \dots, y_n)\end{aligned}\tag{1}$$

no qual z é a variável independente e $y_1, y_2, y_3, \dots, y_n$ são as variáveis dependentes. O lado direito das equações (1) podem ser não-lineares (como no caso das CME) e de complexidade arbitrária. A aplicação do método de Runge-Kutta de 4º Ordem na solução de sistemas de EDOs é muito comum na literatura, principalmente quando se trabalha com equações não-lineares do tipo NLSE como reportado em (SOUSA et al., 2014). O método consiste em calcular quatro grandezas as quais devem ser calculadas paralelamente, pois se tratam de equações acopladas, e antes da avaliação das variáveis dependentes em z_{i+1} . São elas K_1, K_2, K_3 e K_4 . Isso significa que todos os valores dos K_1 s de cada equação devem ser calculados primeiro. Logo em seguida, são calculados os K_2 s, depois os K_3 s e finalmente os K_4 s. Assim que todos os valores dos K 's de todas as EDOs forem conhecidos, os valores das variáveis dependentes podem ser calculados para z_{i+1} .

Suponhamos um sistema de duas equações, como no nosso caso, onde as variá-

veis dependentes são x e y e a variável independente é z :

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dz} &= f_1(z, x, y) \\ \frac{dy}{dz} &= f_2(z, x, y)\end{aligned}\quad (2)$$

no domínio $[a, b]$. As condições iniciais são: $x(a) = x_1$ e $y(a) = y_1$.

A solução das EDOs acopladas (2) começa com o cálculo dos valores de $K_{x,1}$ e $K_{y,1}$:

$$\begin{aligned}K_{x,1} &= f_1(z_i, x_i, y_i) \\ K_{y,1} &= f_2(z_i, x_i, y_i)\end{aligned}\quad (3)$$

Em seguida calcula-se $K_{x,2}$ e $K_{y,2}$.

$$\begin{aligned}K_{x,2} &= f_1\left(z_i + \frac{1}{2}h, x_i + \frac{1}{2}K_{x,1}h, y_i + \frac{1}{2}K_{y,1}h\right) \\ K_{y,2} &= f_2\left(z_i + \frac{1}{2}h, x_i + \frac{1}{2}K_{x,1}h, y_i + \frac{1}{2}K_{y,1}h\right)\end{aligned}\quad (4)$$

Agora $K_{x,3}$ e $K_{y,3}$.

$$\begin{aligned}K_{x,3} &= f_1\left(z_i + \frac{1}{2}h, x_i + \frac{1}{2}K_{x,2}h, y_i + \frac{1}{2}K_{y,2}h\right) \\ K_{y,3} &= f_2\left(z_i + \frac{1}{2}h, x_i + \frac{1}{2}K_{x,2}h, y_i + \frac{1}{2}K_{y,2}h\right)\end{aligned}\quad (5)$$

E por último calcula-se $K_{x,4}$ e $K_{y,4}$.

$$\begin{aligned}K_{x,4} &= f_1(z_i + h, x_i + K_{x,3}h, y_i + K_{y,3}h) \\ K_{y,4} &= f_2(z_i + h, x_i + K_{x,3}h, y_i + K_{y,3}h)\end{aligned}\quad (6)$$

Depois de determinados todos os K 's referentes a cada uma das equações, determina-se o valor das variáveis dependentes em z_{i+1} .

$$\begin{aligned}x_{i+1} &= x_i + \frac{1}{6}(K_{x,1} + 2K_{x,2} + 2K_{x,3} + K_{x,4})h \\ y_{i+1} &= y_i + \frac{1}{6}(K_{y,1} + 2K_{y,2} + 2K_{y,3} + K_{y,4})h\end{aligned}\quad (7)$$

O erro de truncamento local associado ao método de Runge-Kutta de 4° ordem é da ordem de h^5 e o erro de truncamento global é da ordem de h^4 .

Apêndice B

Dada a equação de Maxwell no domínio da frequência (8), mais conhecida como equação de Helmholtz:

$$\nabla^2 \tilde{E} + \frac{\tilde{n}^2(z, \omega)}{c^2} \omega^2 \tilde{E} = 0. \quad (8)$$

A solução geral da equação acima é dada por:

$$\tilde{E}(z, \omega) = \tilde{A}_f(z, \omega) e^{i\beta_B z} + \tilde{A}_b(z, \omega) e^{-i\beta_B z} + cc. \quad (9)$$

Substituindo 9 em 8, tem-se:

$$\nabla^2 [\tilde{A}_f(z, \omega) e^{i\beta_B z} + \tilde{A}_b(z, \omega) e^{-i\beta_B z} + cc] + \frac{\tilde{n}^2(z, \omega) \omega^2}{c^2} [\tilde{A}_f(z, \omega) e^{i\beta_B z} + \tilde{A}_b(z, \omega) e^{-i\beta_B z} + cc] = 0. \quad (10)$$

Como a solução não leva em consideração os diferentes modos propagantes ($\tilde{E}$ não depende de x e y), tratando a FBG como um dispositivo monomodo, o operador laplaciano, ∇^2 , se transforma em $\frac{\partial^2}{\partial z^2}$. Será aplicado a derivada $\frac{\partial}{\partial z}$ duas vezes, separadamente.

$$\frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{\partial}{\partial z} (\tilde{A}_f e^{i\beta_B z}) + \frac{\partial}{\partial z} (\tilde{A}_b e^{-i\beta_B z}) \right] + \left(\frac{\tilde{n}^2 \omega^2}{c^2} \right) (\tilde{A}_f e^{i\beta_B z} + \tilde{A}_b e^{-i\beta_B z}) + cc = 0 \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{\partial \tilde{A}_f}{\partial z} e^{i\beta_B z} + \frac{\partial e^{i\beta_B z}}{\partial z} \tilde{A}_f + \frac{\partial \tilde{A}_b}{\partial z} e^{-i\beta_B z} + \frac{\partial e^{-i\beta_B z}}{\partial z} \tilde{A}_b \right] \\ + \left(\frac{\tilde{n}^2 \omega^2}{c^2} \right) (\tilde{A}_f e^{i\beta_B z} + \tilde{A}_b e^{-i\beta_B z}) + cc = 0. \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{\partial \tilde{A}_f}{\partial z} e^{i\beta_B z} + (i\beta_B) e^{i\beta_B z} \tilde{A}_f + \frac{\partial \tilde{A}_b}{\partial z} e^{-i\beta_B z} + (-i\beta_B) e^{-i\beta_B z} \tilde{A}_b \right] \\ + \left(\frac{\tilde{n}^2 \omega^2}{c^2} \right) (\tilde{A}_f e^{i\beta_B z} + \tilde{A}_b e^{-i\beta_B z}) + cc = 0. \end{aligned} \quad (13)$$

Aplicando a segunda derivada, chega-se a:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{\partial \tilde{A}_f}{\partial z} e^{i\beta_B z} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[(i\beta_B) e^{i\beta_B z} \tilde{A}_f \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{\partial \tilde{A}_b}{\partial z} e^{-i\beta_B z} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[(-i\beta_B) e^{-i\beta_B z} \tilde{A}_b \right] \\ + \left(\frac{\tilde{n}^2 \omega^2}{c^2} \right) \left(\tilde{A}_f e^{i\beta_B z} + \tilde{A}_b e^{-i\beta_B z} \right) + cc = 0 \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \frac{\partial^2 \tilde{A}_f}{\partial z^2} e^{i\beta_B z} + \frac{\partial e^{i\beta_B z}}{\partial z} \frac{\partial \tilde{A}_f}{\partial z} + (i\beta_B) \frac{\partial e^{i\beta_B z}}{\partial z} \tilde{A}_f + (i\beta_B) \frac{\partial \tilde{A}_f}{\partial z} e^{i\beta_B z} + \frac{\partial^2 \tilde{A}_b}{\partial z^2} e^{-i\beta_B z} \\ + \frac{\partial e^{-i\beta_B z}}{\partial z} \frac{\partial \tilde{A}_b}{\partial z} + (-i\beta_B) \frac{\partial e^{-i\beta_B z}}{\partial z} \tilde{A}_b + (-i\beta_B) \frac{\partial \tilde{A}_b}{\partial z} e^{-i\beta_B z} \\ + \left(\frac{\tilde{n}^2 \omega^2}{c^2} \right) \left(\tilde{A}_f e^{i\beta_B z} + \tilde{A}_b e^{-i\beta_B z} \right) + cc = 0. \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \frac{\partial^2 \tilde{A}_f}{\partial z^2} e^{i\beta_B z} + (i\beta_B) e^{i\beta_B z} \frac{\partial \tilde{A}_f}{\partial z} + (i\beta_B)(i\beta_B) e^{i\beta_B z} \tilde{A}_f + (i\beta_B) \frac{\partial \tilde{A}_f}{\partial z} e^{i\beta_B z} + \frac{\partial^2 \tilde{A}_b}{\partial z^2} e^{-i\beta_B z} \\ + (-i\beta_B) e^{-i\beta_B z} \frac{\partial \tilde{A}_b}{\partial z} + (-i\beta_B)(-i\beta_B) e^{-i\beta_B z} \tilde{A}_b + (-i\beta_B) \frac{\partial \tilde{A}_b}{\partial z} e^{-i\beta_B z} \\ + \left(\frac{\tilde{n}^2 \omega^2}{c^2} \right) \left(\tilde{A}_f e^{i\beta_B z} + \tilde{A}_b e^{-i\beta_B z} \right) + cc = 0. \end{aligned} \quad (16)$$

Utilizando a aproximação paraxial, a qual despreza os termos em derivadas de segunda ordem em z , uma vez que as funções A_f e A_b variam bem mais lentamente que $e^{\pm i\beta_B z}$, tem-se:

$$\begin{aligned} \left(2i\beta_B \frac{\partial \tilde{A}_f}{\partial z} - \beta_B^2 \tilde{A}_f \right) e^{i\beta_B z} + \left(-2i\beta_B \frac{\partial \tilde{A}_b}{\partial z} - \beta_B^2 \tilde{A}_b \right) e^{-i\beta_B z} \\ + \left(\frac{\tilde{n}^2 \omega^2}{c^2} \right) \left(\tilde{A}_f e^{i\beta_B z} + \tilde{A}_b e^{-i\beta_B z} \right) + cc = 0. \end{aligned} \quad (17)$$

A permissividade elétrica em uma FBG é dada por $\epsilon = \tilde{n}^2 = (n_0 + \Delta n)^2$, onde $\Delta n = \delta n_1 \cos\left(\frac{2\pi}{\Lambda} z\right) + n_2^2 |\tilde{E}|^2 + \frac{i\alpha}{2\omega}$. Fazendo-se $\alpha = 0$, garante-se que as perdas são desprezíveis e não serão levadas em consideração no nosso estudo.

$$\frac{\tilde{n}^2 \omega^2}{c^2} = k_0^2 \tilde{n}^2 = (k_0 n_0 + k_0 \Delta n)^2 \approx k_0^2 n_0^2 + 2n_0 k_0^2 \Delta n = k_0^2 n_0^2 + 2n_0 k_0^2 (N_1 + n_2 I). \quad (18)$$

Observe que fizemos $\frac{\omega}{c} = k_0$, $N_1 = \delta n_1 \cos\left(\frac{2\pi}{\Lambda} z\right)$ e $I = |\tilde{E}|^2$.

$$\left(2i\beta_B \frac{\partial \tilde{A}_f}{\partial z} - \beta_B^2 \tilde{A}_f \right) e^{i\beta_B z} + \left(-2i\beta_B \frac{\partial \tilde{A}_b}{\partial z} - \beta_B^2 \tilde{A}_b \right) e^{-i\beta_B z}$$

$$+[k_0^2 n_0^2 + 2n_0 k_0^2 (N_1 + n_2 I)] \left(\tilde{A}_f e^{i\beta_B z} + \tilde{A}_b e^{-i\beta_B z} \right) + cc = 0. \quad (19)$$

Organizando os termos entre exponenciais $e^{i\beta_B z}$ e $e^{-i\beta_B z}$

$$\begin{aligned} & \left\{ 2i\beta_B \frac{\partial \tilde{A}_f}{\partial z} + [k_0^2 n_0^2 + 2n_0 k_0^2 (N_1 + n_2 I)] \tilde{A}_f - \beta_B^2 \tilde{A}_f \right\} e^{i\beta_B z} \\ & + \left\{ -2i\beta_B \frac{\partial \tilde{A}_b}{\partial z} + [k_0^2 n_0^2 + 2n_0 k_0^2 (N_1 + n_2 I)] \tilde{A}_b - \beta_B^2 \tilde{A}_b \right\} e^{-i\beta_B z} \\ & + cc = 0 \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow & \left[2i\beta_B \frac{\partial \tilde{A}_f}{\partial z} + (k_0^2 n_0^2 - \beta_B^2) \tilde{A}_f + 2n_0 k_0^2 N_1 \tilde{A}_f + 2n_0 k_0^2 n_2 I \tilde{A}_f \right] e^{i\beta_B z} \\ & + \left[-2i\beta_B \frac{\partial \tilde{A}_b}{\partial z} + (k_0^2 n_0^2 - \beta_B^2) \tilde{A}_b + 2n_0 k_0^2 N_1 \tilde{A}_b + 2n_0 k_0^2 n_2 I \tilde{A}_b \right] e^{-i\beta_B z} \\ & + cc = 0. \end{aligned} \quad (21)$$

Como $k_0 n_0 = \beta$, temos:

$$\begin{aligned} & \left[2i\beta_B \frac{\partial \tilde{A}_f}{\partial z} + (\beta^2 - \beta_B^2) \tilde{A}_f + 2\beta k_0 N_1 \tilde{A}_f + 2\beta k_0 n_2 I \tilde{A}_f \right] e^{i\beta_B z} \\ & + \left[-2i\beta_B \frac{\partial \tilde{A}_b}{\partial z} + (\beta^2 - \beta_B^2) \tilde{A}_b + 2\beta k_0 N_1 \tilde{A}_b + 2\beta k_0 n_2 I \tilde{A}_b \right] e^{-i\beta_B z} \\ & + cc = 0. \end{aligned} \quad (22)$$

Fazendo a expansão em série de Taylor de $(\beta^2 - \beta_B^2)$ em torno de β_B , chega-se

$$\begin{aligned} & \left[2i\beta_B \frac{\partial \tilde{A}_f}{\partial z} + 2\beta_B (\beta - \beta_B) \tilde{A}_f + 2\beta k_0 N_1 \tilde{A}_f + 2\beta k_0 n_2 I \tilde{A}_f \right] e^{i\beta_B z} \\ & + \left[-2i\beta_B \frac{\partial \tilde{A}_b}{\partial z} + 2\beta_B (\beta - \beta_B) \tilde{A}_b + 2\beta k_0 N_1 \tilde{A}_b + 2\beta k_0 n_2 I \tilde{A}_b \right] e^{-i\beta_B z} \\ & + cc = 0 \end{aligned} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow & \left[i\beta_B \frac{\partial \tilde{A}_f}{\partial z} + \beta_B (\beta - \beta_B) \tilde{A}_f + \beta k_0 N_1 \tilde{A}_f + \beta k_0 n_2 I \tilde{A}_f \right] e^{i\beta_B z} \\ & + \left[-i\beta_B \frac{\partial \tilde{A}_b}{\partial z} + \beta_B (\beta - \beta_B) \tilde{A}_b + \beta k_0 N_1 \tilde{A}_b + \beta k_0 n_2 I \tilde{A}_b \right] e^{-i\beta_B z} \\ & + cc = 0 \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned}
&\Rightarrow \left[i \frac{\partial \tilde{A}_f}{\partial z} + (\beta - \beta_B) \tilde{A}_f + \left(\frac{\beta}{\beta_B} \right) k_0 N_1 \tilde{A}_f + \left(\frac{\beta}{\beta_B} \right) k_0 n_2 I \tilde{A}_f \right] e^{i\beta_B z} \\
&+ \left[-i \frac{\partial \tilde{A}_b}{\partial z} + (\beta - \beta_B) \tilde{A}_b + \left(\frac{\beta}{\beta_B} \right) k_0 N_1 \tilde{A}_b + \left(\frac{\beta}{\beta_B} \right) k_0 n_2 I \tilde{A}_b \right] e^{-i\beta_B z} \\
&+ cc = 0.
\end{aligned} \tag{25}$$

Fazendo $\frac{\beta}{\beta_B} \approx 1$, por considerar $\frac{(\beta - \beta_B)}{\beta_B} \ll (\beta - \beta_B)$, pela expansão em série de Taylor em torno de β_B , tem-se:

$$\begin{aligned}
&\left[i \frac{\partial \tilde{A}_f}{\partial z} + (\beta - \beta_B) \tilde{A}_f + k_0 N_1 \tilde{A}_f + k_0 n_2 I \tilde{A}_f \right] e^{i\beta_B z} \\
&+ \left[-i \frac{\partial \tilde{A}_b}{\partial z} + (\beta - \beta_B) \tilde{A}_b + k_0 N_1 \tilde{A}_b + k_0 n_2 I \tilde{A}_b \right] e^{-i\beta_B z} \\
&+ cc = 0.
\end{aligned} \tag{26}$$

Substituindo $N_1 = \delta n_1 \cos\left(\frac{2\pi}{\Lambda} z\right) = \delta n_1 \cos(2\beta_B z)$ na equação por sua forma complexa $N_1 = \frac{\delta n_1}{2}(e^{2i\beta_B z} + e^{-2i\beta_B z})$:

$$\begin{aligned}
&\left[i \frac{\partial \tilde{A}_f}{\partial z} + (\beta - \beta_B) \tilde{A}_f + k_0 \frac{\delta n_1}{2} (e^{2i\beta_B z} + e^{-2i\beta_B z}) \tilde{A}_f + k_0 n_2 I \tilde{A}_f \right] e^{i\beta_B z} \\
&+ \left[-i \frac{\partial \tilde{A}_b}{\partial z} + (\beta - \beta_B) \tilde{A}_b + k_0 \frac{\delta n_1}{2} (e^{2i\beta_B z} + e^{-2i\beta_B z}) \tilde{A}_b + k_0 n_2 I \tilde{A}_b \right] e^{-i\beta_B z} \\
&+ cc = 0.
\end{aligned} \tag{27}$$

Alguns dos termos que não aparecem mais nas equações abaixo foram adicionados ao termo cc simplificando a equação geral em:

$$\begin{aligned}
&\left[i \frac{\partial \tilde{A}_f}{\partial z} + (\beta - \beta_B) \tilde{A}_f + k_0 \frac{\delta n_1}{2} \tilde{A}_b + k_0 n_2 I \tilde{A}_f \right] e^{i\beta_B z} \\
&+ \left[-i \frac{\partial \tilde{A}_b}{\partial z} + (\beta - \beta_B) \tilde{A}_b + k_0 \frac{\delta n_1}{2} \tilde{A}_f + k_0 n_2 I \tilde{A}_b \right] e^{-i\beta_B z} \\
&+ cc = 0.
\end{aligned} \tag{28}$$

Definindo $\delta(\beta) = (\beta - \beta_B)$, $\kappa = k_0 \frac{\delta n_1}{2}$ e $\gamma = k_0 n_2$, chega-se a

$$\begin{aligned}
&\left[i \frac{\partial \tilde{A}_f}{\partial z} + \delta(\beta) \tilde{A}_f + \kappa \tilde{A}_b + \gamma I \tilde{A}_f \right] e^{i\beta_B z} \\
&+ \left[-i \frac{\partial \tilde{A}_b}{\partial z} + \delta(\beta) \tilde{A}_b + \kappa \tilde{A}_f + \gamma I \tilde{A}_b \right] e^{-i\beta_B z}
\end{aligned}$$

$$+ cc = 0 \quad (29)$$

, onde $\delta(\beta)$ é chamado de *detuning* (ou dessintonia) da FBG, κ o coeficiente de acoplamento da FBG e γ o parâmetro de não-linearidade.

A equação (28) só é satisfeita se cada um dos termos entre colchetes for igual a zero. Logo, chega-se as duas equações conhecidas como equações do modo acoplado para uma FBG uniforme.

$$i \frac{\partial \tilde{A}_f}{\partial z} + \delta(\beta) \tilde{A}_f + \kappa \tilde{A}_b + \gamma I \tilde{A}_f = 0 \quad (30)$$

$$-i \frac{\partial \tilde{A}_b}{\partial z} + \delta(\beta) \tilde{A}_b + \kappa \tilde{A}_f + \gamma I \tilde{A}_b = 0 \quad (31)$$